

Nachrichtenverkehrstheorie

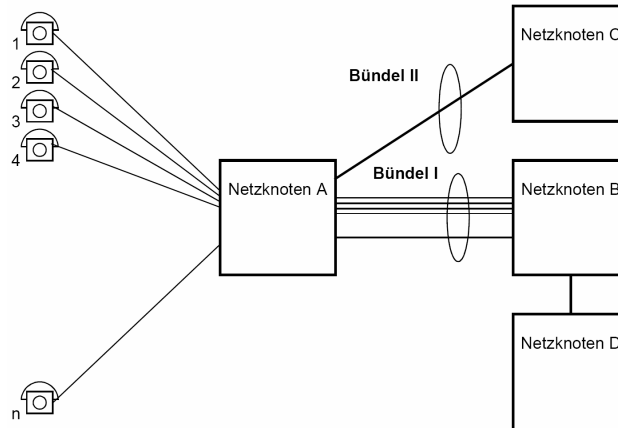
Übung 6



Institut für Allgemeine Nachrichtentechnik
www.ant.uni-hannover.de

Universität Hannover 

- In der Abbildung ist ein typisches Auslegungsproblem dargestellt. Betrachtet wird der Netzknoten A mit 10 000 Teilnehmern ($n = 10000$). Jeder dieser Teilnehmer hat einen Verkehr von 0,02 Erlang (Erl.), davon sind 60 % interne Gespräche alle anderen verbleiben (zur Vereinfachung) innerhalb einer Netzgruppe (Netzknoten A bis D). Die externen Verbindungen teilen sich in 50 % zum Knoten B und jeweils 25 % zu den Knoten C und D.

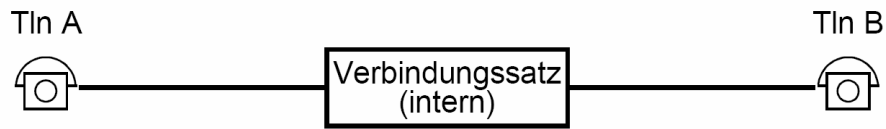


- a) Wie groß ist das Verkehrsangebot für die interne Kommunikation?
- b) Wieviele Verbindungssätze werden zur Bewältigung des internen Angebots benötigt, wenn der Verlust B kleiner 0,1 % sein soll und eine vollkommene Erreichbarkeit ($k=N$) unterstellt wird?
- c) Wie groß ist das externe Verkehrsangebot zu den jeweiligen Netzknoten?
- d) Wieviele Leitungen müssen für die Bündel I und II vorgesehen werden, wenn der Verlust auch hier 0,1 % nicht überschreiten soll? (Der Verkehr zum Knoten D wird über Knoten B geführt.)

- Lösung a) Für jeden Teilnehmer wird ein Verkehrswert von 0,02 Erl. angegeben. Auf die interne Kommunikation entfallen 60 %, für die 10000 Teilnehmer ist das ein Angebot von:

$$A_{\text{intern}} = 10000 * 0,6 * 0,02 = 120 \text{ Erl}$$

- Lösung b) Für die interne Kommunikation sind in jeder Verbindung immer zwei interne Kommunikationspartner enthalten:



- Da das Verkehrsangebot sich aus den Teilnehmeraktivitäten errechnet hat muss das Angebot noch einmal halbiert werden. Aus Tabelle 1 wird daher in der Spalte B = 0,1 % Verlust, und vollkommener Erreichbarkeit (Tabelle für $k=N$) in der Reihe 60,4 Erl. das N mit 83 Verbindungssätzen gefunden.

**Tabelle k=N
für N=74 bis
86**

N	A in Erlang						
	B = 0,1%	B = 0,2%	B = 0,5%	B = 1%	B = 5%	B = 10%	B = 20%
74	52,7	54,5	57,3	59,8	68,7	75,6	88,3
75	53,5	55,3	58,2	60,7	69,7	76,7	89,5
76	54,4	56,2	59,1	61,7	70,8	77,8	90,8
77	55,2	57,1	60,0	62,6	71,8	78,9	92,0
78	56,1	58,0	60,9	63,5	72,8	80,0	93,3
79	57,0	58,8	61,8	64,4	73,8	81,1	94,5
80	57,8	59,7	62,7	65,4	74,8	82,2	95,7
81	58,7	60,6	63,6	66,3	75,8	83,3	97,0
82	59,5	61,5	64,5	67,2	76,9	84,4	98,2
83	60,4	62,4	65,4	68,2	77,9	85,5	99,5
84	61,3	63,2	66,3	69,1	78,9	86,6	100,7
85	62,1	64,1	67,2	70,0	79,9	87,7	102,0
86	63,0	65,0	68,1	70,9	80,9	88,8	103,2

- Lösung c) Entsprechend Lösung a) folgt für den externen Verkehr:

$$A_{\text{extern}} = 10000 * 0,4 * 0,02 = 80 \text{ Erl}$$

- Von diesen entfallen die Hälfte (40 Erl.) auf die Kommunikation mit dem Knoten B und je 20 Erl. auf die Kommunikation zu den Knoten C und D. Für die Ermittlung der notwendigen Leitungen muss berücksichtigt werden, dass der Knoten D nur über B erreicht werden soll.

- **Lösung d) Auch zur Ermittlung der erforderlichen Leitungen wird in einer Tabelle nachgeschlagen. Für das Bündel I mit dem Verkehrsangebot von A nach B plus A nach D (40 Erl. + 20 Erl. = 60 Erl.) und für Bündel II nur die 20 Erl. zwischen A und C.**
- **Für den ersten Fall kennen wir die Antwort bereits, für 60 Erl. mit 0,1 % Verlust und vollkommener Erreichbarkeit konnten wir bereits unter a) 83 Leitungen (oder Kanäle) ermitteln.**
- **Für die 20 Erl. ergeben sich nach Tabelle 1.3 für Bündel II 35 Leitungen.**

Ist auch ein Verlust von größer als 1 % ausreichend, werden in diesem Fall nur 30 Leitungen für die 20 Erl., bzw. für die 60 Erl. dann 75 Leitungen benötigt. Zusammen wären das 105 statt 118 für Bündel I und II bei einem Verlust von 1 % statt weniger als 0,1 %.

Tabelle k=N
für N=33 bis 36

	A in Erlang						
N	B = 0,1%	B = 0,2%	B = 0,5%	B = 1%	B = 5%	B = 10%	B = 20%
33	19,0	20,0	21,5	22,9	27,7	31,3	37,5
34	19,7	20,8	22,3	23,8	28,7	32,4	38,8
35	20,5	21,6	23,2	24,6	29,7	33,4	40,0
36	21,3	22,4	24,0	25,5	30,7	34,5	41,2

- In dem zweiten Beispiel wird ein Wartezeitsystem betrachtet. Es besteht aus einem Bündel mit 120 Kanälen, die mit 100 Erl. belastet werden. Die durchschnittliche Verbindungsdauer beträgt 100 s.
- Dies bedeutet: $N=120$, $A=100$, $t_m=100$ s.
- Gesucht wird die
 - Wartewahrscheinlichkeit $P(W>0)$,
 - Wahrscheinlichkeit für Wartezeit größer t $P(W>t)$,
 - Durchschnittliche Wartezeit t_w .

- Nach Erlang B Formel (mit $A=100$, $N=120$) ist $B=0,57\%$
- Die Wartewahrscheinlichkeit $P(W>0)$ ist dann nach dem B bekannt ist:

$$\begin{aligned}
 P(W > 0) &= B \cdot \frac{N}{N - A \cdot (1 - B)} \\
 &= 0,0057 \cdot \frac{120}{120 - 100 \cdot (1 - 0,0057)} \\
 &= 0,033 = 3,3\%
 \end{aligned}$$

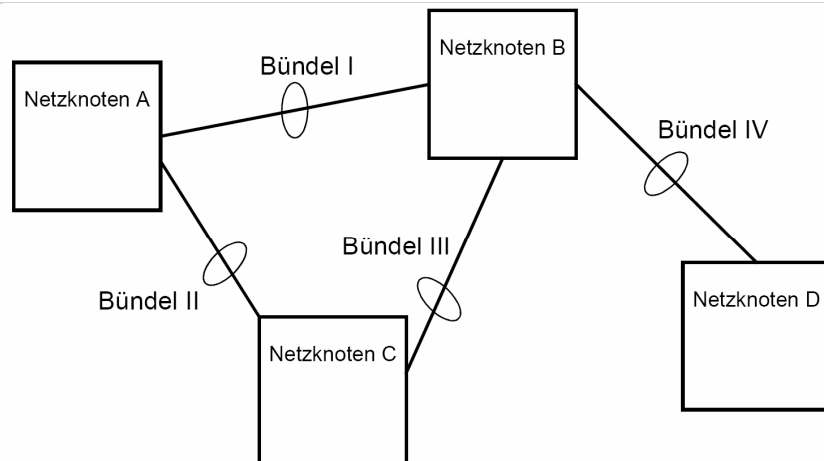
- Die durchschnittliche Wartezeit beträgt:

$$t_w = \frac{t_m}{N - A} = \frac{100}{120 - 100} = 5s$$

- Die Wahrscheinlichkeit, dass die mittlere Wartezeit überschritten wird ist:

$$\begin{aligned} P(W > t) &= P(W > 0) \cdot e^{-\frac{t}{t_w}} \\ &= 0,033 \cdot e^{-\frac{1}{5}} = 2,7\% \end{aligned}$$

Aufgabe 3) Auslegung eine Netzgruppe



Verkehr	A	B	C	D
A	-	20	10	10
B	20	-	5	10
C	10	5	-	5
D	10	10	5	-

Für die Berechnung der einzelnen Leitungsbündel ergibt sich (jeweils die Summe der beiden Richtungen, also von A->B und B->A):

- **Bündel I: 60 Erl., bestehend aus:**
 - - A nach B: 40 Erl.
 - - A nach D: 20 Erl.
- **Bündel II: 20 Erl., bestehend aus:**
 - - A nach C: 20 Erl.
- **Bündel III: 20 Erl., bestehend aus:**
 - - B nach C: 10 Erl.
 - - C nach D: 10 Erl.
- **Bündel IV: 50 Erl., bestehend aus:**
 - - A nach D: 20 Erl.
 - - B nach D: 20 Erl.
 - - C nach D: 10 Erl.

Aus Tabelle 1.5 für $k = N$ können unter die erforderlichen Leitungszahlen ermittelt werden.

Tabelle $k=N$, für $A=20$, $A=40$, $A=50$ und $A=60$

N	A in Erlang						
	B = 0,1%	B = 0,2%	B = 0,5%	B = 1%	B = 5%	B = 10%	B = 20%
34	19,7	20,8	22,3	23,8	28,7	32,4	38,8
35	20,5	21,6	23,2	24,6	29,7	33,4	40,0
36	21,3	22,4	24,0	25,5	30,7	34,5	41,2
58	39,1	40,6	43,0	45,1	52,6	58,2	68,4
59	40,0	41,5	43,9	46,0	53,6	59,3	69,7
60	40,8	42,4	44,8	46,9	54,6	60,4	70,9
70	49,2	51,0	53,7	56,1	64,7	71,3	83,3
71	50,1	51,8	54,6	57,0	65,7	72,4	84,6
72	50,9	52,7	55,5	58,0	66,7	73,5	85,8
82	59,5	61,5	64,5	67,2	76,9	84,4	98,2
83	60,4	62,4	65,4	68,2	77,9	85,5	99,5
84	61,3	63,2	66,3	69,1	78,9	86,6	100,7

■ Ergebnisse:

- Bündel I: 60 Erl., 83 Leitungen
 - Bündel II: 20 Erl.: 35 Leitungen
 - Bündel III: 20 Erl.: 35 Leitungen
 - Bündel IV: 50 Erl.: 71 Leitungen
-
- Bei dieser Auslegung ist ein zugreifen auf alle Leitungen eines Bündels unterstellt ($k = N$).

- Werden die Bündel zwischen A und D sowie zwischen C und D exklusiv durch den Knoten B geführt, ohne dass dieser einen Zugriff hat verändert sich die Auslegung:
- **Bündel I: bestehend aus 94 Leitungen (statt 83):**
 - A nach B: 40 Erl.: 59 Leitungen
 - A nach D: 20 Erl.: 35 Leitungen
- **Bündel II: 20 Erl., bestehend auch hier aus 35 Leitungen:**
 - A nach C: 20 Erl.: 35 Leitungen
- **Bündel III: 20 Erl., bestehend aus 42 Leitungen (statt 35):**
 - B nach C: 10 Erl.: 21 Leitungen
 - C nach D: 10 Erl.: 21 Leitungen
- **Bündel IV: 50 Erl., bestehend aus 91 statt 71:**
 - A nach D: 20 Erl.: 35 Leitungen
 - B nach D: 20 Erl.: 35 Leitungen
 - C nach D: 10 Erl.: 21 Leitungen

In Summe sind in dieser Konfiguration im Netz 262 statt 224, also 38 Leitungen oder ca. 17 % mehr erforderlich. Haben alle auf alle Leitungen Zugriff, profitiert die Auslegung vom Bündelgewinn.