

Nachrichtenverkehrstheorie

Übung 1



Institut für Allgemeine Nachrichtentechnik
www.ant.uni-hannover.de

Universität Hannover 

■ Prof. Dr.-Ing. Klaus Jobmann

- jo@ant.uni-hannover.de
- +49-(0)511-762-2820
- Appelstr. 9A (Hochhaus), 14. Etage, Raum 1414/1413

■ Dipl.-Ing. Silke Feldmann

- feldmann@ant.uni-hannover.de
- +49-(0)511-762-2825
- Appelstr. 9A (Hochhaus), 15. Etage, Raum 1514

■ Dipl.-Ing. Sven Kopetzki

- kopetzki@ant.uni-hannover.de
- +49-(0)511-762-2821
- Appelstr. 9A (Hochhaus), 15. Etage, Raum 1513

■ Kontaktmöglichkeiten

- E-Mail
- Telefon
- persönliches Gespräch (nach Vereinbarung)

■ www.ant.uni-hannover.de

- Lehre ~ Nachrichtenverkehrstheorie

■ news.ant.uni-hannover.de

- ant.kn.vorlesung.nvt (inhaltliche Fragen)

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

- Was bedeutet „n über k“?
- Es ist die Zahl der Möglichkeiten eine ungeordnete Menge von k Elementen aus einer Menge der Größe n auszuwählen.

	ohne Wiederholung	mit Wiederholung	
Kombinationen k-ter Ordnung	$C(n; k) = \binom{n}{k}$	$C_w(n; k) = \binom{n+k-1}{k}$	ungeordnete Stichproben
Variationen k-ter Ordnung	$V(n; k) = \frac{n!}{(n-k)!}$	$V_w(n; k) = n^k$	geordnete Stichproben
	Ziehung ohne Zurücklegen	Ziehung mit Zurücklegen	

- Wieviele fünfstellige Zahlen von (00000 bis 99999) gibt es, bei denen
- a) alle Ziffern gleich sind?
 - b) vier Ziffern gleich sind und die eine davon verschieden ist?
 - c) drei Ziffern gleich sind, während die beiden anderen davon und untereinander verschieden sind?
 - d) jeweils drei und zwei Ziffern gleich, jedoch untereinander verschieden sind?
 - e) ein Ziffern paar gleich ist, alle anderen untereinander und von dem Ziffern paar verschieden sind?
 - f) zwei Paare gleicher Ziffern auftreten, die untereinander und von der anderen Ziffer verschieden sind?
 - g) fünf paarweise verschiedene Ziffern auftreten (alle unterschiedlich)?

- **Wieviele Jahre würde ein Skatspieler benötigen, um alle möglichen Spiele einmal gespielt zu haben, wenn er 200 Spiele je Lebenstag spielt und nie ein Spiel doppelt spielt?**
 - a) Lösen Sie die Aufgabe mit Hilfe von Variationen
 - b) Kann die Aufgabe auch mit Hilfe von Kombinationen berechnet werden?

- Kann eine Zufallsvariable $X[A_i]$, $i \in \mathbb{N}$ nur für $i=1$ existieren?

- **Wie viele Möglichkeiten der Ziehung existieren beim Zahlenlotto „6 aus 49“?**

■ **Fünfstellige Zahlen von 00000 bis 99999:**

- a) Erste Stelle: 10 mögliche Ziffern
jede weitere Stelle: eine mögliche Ziffer

$$10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 10$$

b)

$$\binom{5}{1} \cdot 10 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 450$$

c)

$$\binom{5}{3} \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 8 = 7200$$

d)

$$\binom{5}{2} \cdot 10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 1 = 900$$

e)
$$\binom{5}{2} \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 50400$$

f)
$$\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 8 = 10800$$

g)
$$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240$$

- **Wieviele Jahre würde ein Skatspieler benötigen, um alle möglichen Spiele einmal gespielt zu haben, wenn er 200 Spiele je Lebenstag spielt und nie ein Spiel doppelt spielt?**

$$\frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 10! \cdot 2!} = 2\,753\,294\,408\,504\,640 \text{ unterschiedliche Spiele}$$

$$\frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 10! \cdot 2! \cdot 200} = 13\,766\,472\,042\,523,2 \text{ Tage}$$

$$\frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 10! \cdot 2! \cdot 200 \cdot 365} \approx 26 \cdot 10^9 \text{ Jahre}$$

Könnte ein passionierter Skatspieler sämtliche möglichen Spiele im Laufe seines Lebens spielen?

— Die Anzahl der möglichen Spiele ist $32! / (10! \cdot 10! \cdot 10! \cdot 2!)$ da die Permutationen innerhalb der 10 Karten eines jeden Spielers und innerhalb des Skates dasselbe Spiel bedeuten. Von diesen 2753294408504640 Spielen schafft der Spieler aber nur einen winzigen Bruchteil in 100 Jahren, nämlich 7300000, wenn er täglich 200 Spiele macht..

Wir ziehen die ersten 10 Karten aus 32 (die Reihenfolge ist nicht relevant):

$$\binom{32}{10} = \frac{32!}{(32-10)! \cdot 10!} = \frac{32!}{22! \cdot 10!}$$

Im nächsten Schritt ziehen wir 10 aus 22 Karten:

$$\binom{22}{10} = \frac{22!}{(22-10)! \cdot 10!} = \frac{22!}{12! \cdot 10!}$$

Im nächsten Schritt ziehen wir 10 aus 12 Karten:

$$\binom{12}{10} = \frac{12!}{(12-10)! \cdot 10!} = \frac{12!}{2! \cdot 10!}$$

Im letzten Schritte ziehen wir 2 aus 2 Karten:

$$\binom{2}{2} = \frac{2!}{(2-2)! \cdot 2!} = \frac{2!}{0! \cdot 2!}$$

Sämtliche der obigen Möglichkeiten sind miteinander zu multiplizieren.

$$\frac{32!}{\cancel{22!} \cdot 10!} * \frac{\cancel{22!}}{\cancel{12!} \cdot 10!} * \frac{\cancel{12!}}{\cancel{2!} \cdot 10!} * \frac{\cancel{2!}}{0! \cdot 2!} = \frac{32!}{10! \cdot 10! \cdot 10! \cdot 2!}$$

- **Kann eine Zufallsvariable $X[A_i]$, $i \in \infty$ nur für $i=1$ existieren?**
 - Nein, das kann es natürlich nicht, denn ein einzelnes Zufallseignis wäre ja ein sicheres Ereignis und damit nicht mehr zufällig!! Stellen Sie sich vor, Sie hätten einen Würfel, auf dem nur Einsen vorhanden sind. Jeder Wurf würde in einer Eins enden. Folglich ist die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses $P[1]=1$. In diesem Experiment ist keine Zufälligkeit!
- **Wieviele Werte muss i also mindestens annehmen, damit wir von zufälligen Ereignissen sprechen können?**
 - Richtig, mindestens zwei ($i=1,2$); nach oben gibt es keine Beschränkung
 - Stellen Sie sich das Experiment des Münzwurfes vor, Kopf oder Zahl; oder das Roulette-Spiel, rot oder schwarz

■ Zahlenlotto 6 aus 49 hat

$$\binom{49}{6} = \frac{49!}{(49-6)!6!} = \frac{49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43!}{43! \cdot 6!} = 13983816 \approx 14 \text{ Mio}$$

mögliche Kombinationen