

NACHRICHTENTECHNISCHES PRAKTIKUM

VORVERSTÄRKER MIT RC-KOPPLUNG

1. Einleitung	2
2. Der bipolare Transistor als Verstärkerelement	2
3. Der Transistor in Emitterschaltung	5
3.1 Arbeitspunkteinstellung.....	5
3.2 Wechselstromverhalten der Emitterstufe.....	6
3.3 Gegenkopplung.....	8
4. RC-Kopplung	10
5. Aufgabenstellung	12
5.1 Messung der Daten des Transistorersatzschaltbildes	12
5.2 Messung der Verstärkung	13
5.3 Messung der Verstärkung mit Gegenkopplung	13
5.4 Messung der RC-Kopplung	13
6. Literatur	14
7. Anhang (Versuchsprotokoll)	15

1. Einleitung

Vorverstärker haben die Aufgabe, kleine Eingangsschwelspannungen (μV bis mV -Bereich) um mehrere Zehnerpotenzen zu verstärken. Dazu benötigt man aktive Bauelemente. Dies sind heutzutage fast ausschließlich Transistoren (bipolare Transistoren, FET, MOSFET). Da die geforderte hohe Verstärkung mit einem aktiven Element nicht erreichbar ist, müssen mehrere Stufen hintereinander geschaltet werden. Um eine gegenseitige gleichspannungsmäßige Beeinflussung der einzelnen Stufen zu verhindern, darf die dazwischen liegende Kopplung nur für Wechselgrößen wirksam sein. Die am häufigsten angewandte Kopplung ist die RC-Kopplung, bei der entsprechend Bild 1.1 die beiden Transistorstufen über eine Reihenskapazität C_K kaskadiert werden.

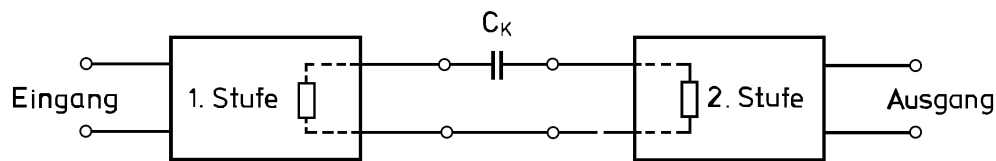


Bild 1.1: Prinzip der RC-Kopplung von Transistorstufen

2. Der bipolare Transistor als Verstärkerelement

Grundsätzlich gibt es bipolare Transistoren in der Ausführung als *nnp*- oder *pnnp*-Transistor. Das Diodenersatzschaltbild (Bild 2.1) ermöglicht eine Darstellung der verschiedenen Sperrschichtenfolgen beim *nnp*- und *pnnp*-Transistor, beschreibt jedoch keinesfalls die eigentliche Funktion des Transistors.

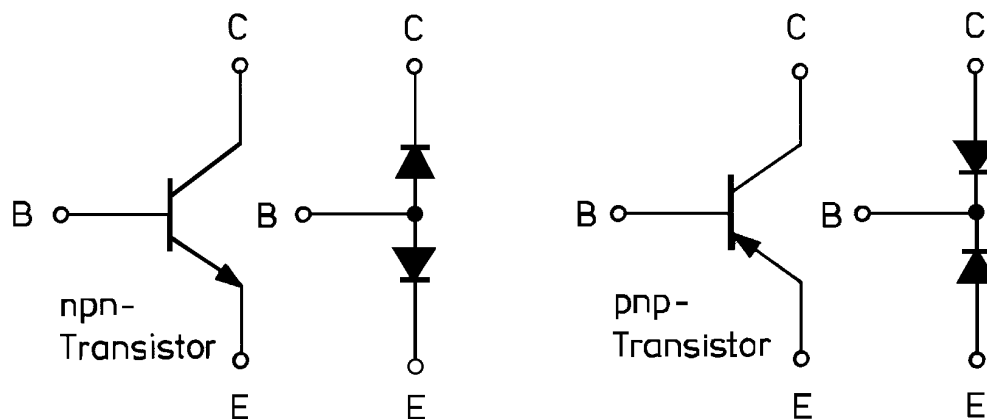


Bild 2.1: Schaltsymbol und Diodenersatzbild eines *nnp*- und *pnnp*-Transistors

Als Verstärkerelement wird der Transistor normalerweise so beschaltet, dass die Basis-Emitter-Diodenstrecke in Durchlassrichtung und die Kollektor-Basisstrecke in Sperrichtung betrieben wird. Daher müssen die zum Betrieb des Transistors notwendigen Spannungsquellen wie in Bild 2.2 angeordnet werden.

Die für die Funktion eines Transistors notwendigen Stromrichtungen sind durch den inneren Aufbau festgelegt. Eine Umkehr der Stromrichtung – wie sie bei einem Wechselstrom periodisch auftritt – ist nicht zulässig. Um trotzdem mit einem Transistor Wechselströme verstärken zu können, wird dem Wechselstrom ein Gleichstrom überlagert, dessen Betrag so groß ist, dass der resultierende Strom zwar in der Größe schwankt, seine Richtung aber nicht ändert.

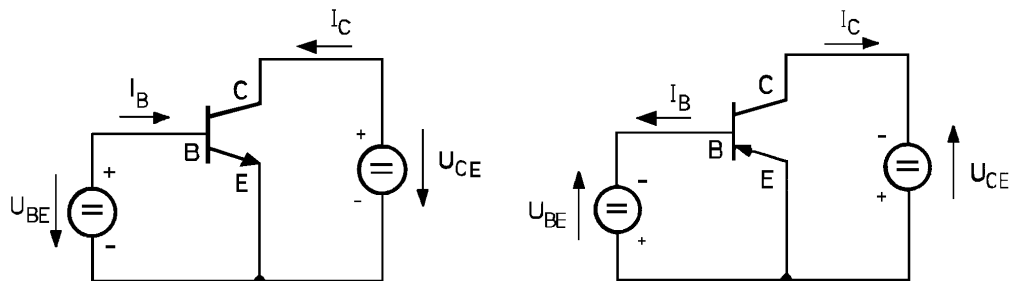


Bild 2.2: Polaritäten der Gleichspannungsquellen bei bipolaren Transistoren

Diese Überlagerung mit dem Gleichstrom wird "Einstellen des Arbeitspunktes" genannt, wobei der Arbeitspunkt weitgehend die Eigenschaften des Transistors bezüglich seines Verhaltens gegenüber Wechselgrößen bestimmt [1, Kap. 3].

Die Transistoreigenschaften bei Gleichstrom oder bei tiefen Frequenzen werden durch Kennlinien(-felder) beschrieben. Der Arbeitspunkt und die Wechselaussteuerung können in diesen graphisch dargestellt werden. In der Nähe des Arbeitspunktes, d.h. bei Aussteuerung mit kleinen Wechselspannungen, lassen sich die Kennlinien durch Geraden nähern. Der Zusammenhang der in den Kennlinien jeweils dargestellten Größen ist dann linear. Daraus ergeben sich zwei für eine rechnerische Behandlung des Transistors nützliche Folgerungen:

1. Die Gültigkeit des Überlagerungsgesetzes, d.h. der Gleichanteil und der Wechselanteil lassen sich getrennt betrachten. Wird der Arbeitspunkt konstant gehalten – was im Allgemeinen angestrebt wird – genügt es meist, nur den Wechselanteil zu berechnen.
2. Der Transistor lässt sich hinsichtlich seines Verhaltens bei Aussteuerung mit Wechselgrößen durch ein Ersatzschaltbild (ESB) aus konstanten, linearen Elementen beschreiben, deren Zahlenwerte allerdings vom Arbeitspunkt abhängig sind.

Es gibt eine ganze Reihe von Ersatzschaltbildern, die das Wechselstromverhalten eines Transistors beschreiben. Im Frequenzbereich bis ca. 100 MHz hat sich das Giacoletto-ESB besonders bewährt. Vollständig ist dieses ESB (Bild 2.3a) noch etwas unhandlich, aufgrund der Größenverhältnisse der einzelnen Elemente lässt es sich jedoch wesentlich vereinfachen.

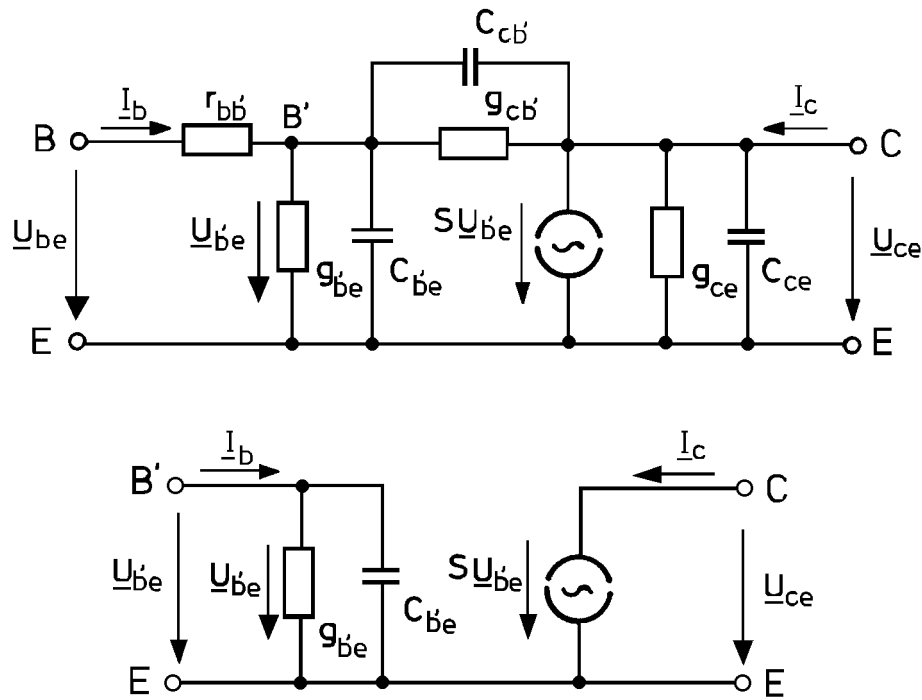


Bild 2.3: Giacoletto-Ersatzschaltbild eines Transistors

- a) vollständiges Giacoletto-ESB
b) vereinfachtes Giacoletto-ESB

Dieses vereinfachte Giacoletto-ESB (Bild 2.3b) beschreibt das Wechselstromverhalten eines Transistors in dem o.g. Frequenzbereich ausreichend genau und hat den großen Vorteil, dass sich seine Elemente messtechnisch sehr einfach bestimmen lassen.

Der Eingangs- oder Steuerleitwert $g_{b'e}$ entspricht der Steigung der Eingangskennlinie $I_B = f(U_{B'E})$ des Transistors im Arbeitspunkt. Diese Diodenkennlinie der Basis-Emitterstrecke weist einen exponentiellen Anstieg auf, so dass zwischen der Abhängigkeit des Basisgleichstromes I_B von der Basis-Emittergleichspannung $U_{B'E}$ nach [1] folgender Zusammenhang besteht:

$$I_B = I_S (\exp[\frac{U_{B'E}}{U_T}] - 1) \quad \text{mit } U_T = \frac{k \cdot T}{q} \quad (2.1)$$

- I_S = Sperrstrom
 k = Boltzmannkonstante
 T = absolute Temperatur
 q = Elementarladung.

Damit ergibt sich für den differentiellen Eingangsleitwert $g_{b'e}$:

$$g_{b'e} = \frac{d I_B}{d U_{B'E}} = \frac{I_B + I_S}{U_T} \approx \frac{I_B}{U_T}, \quad \text{da } I_B \gg I_S. \quad (2.2)$$

Der Leitwert $g_{b'e}$ ist also dem Basisgleichstrom im Arbeitspunkt proportional.

Die Transistoreigenschaften sind wegen der Kapazität $C_{b'e}$ frequenzabhängig, wobei die Kapazität $C_{b'e}$ vom Aufbau und der Technologie des Transistors sowie vom Arbeitspunkt abhängig ist. Sie lässt sich daher nur messtechnisch bestimmen.

Auch die Steilheit S hängt vom Arbeitspunkt ab, wie folgende Rechnung unter Vernachlässigung von $C_{b'e}$, d.h. für tiefe Frequenzen, beweist:

$$I_c = S U_{b'e} = I_b \cdot \frac{1}{g_{b'e}} \cdot S \quad (2.3)$$

$$S = \frac{I_c}{I_b} \cdot g_{b'e}. \quad (2.4)$$

Die Wechselstromverstärkung $\frac{I_c}{I_b}$ ist ungefähr gleich der Gleichstromverstärkung $\frac{I_C}{I_B}$

$$\frac{I_c}{I_b} = \beta \approx B = \frac{I_C}{I_B}, \quad (2.5)$$

so dass gilt:

$$S = \beta \cdot g_{b'e} \approx B \cdot \frac{I_B}{U_T} = \frac{I_C}{U_T}. \quad (2.6)$$

Die Steilheit ist also dem Kollektorruehestrom proportional. Hervorzuheben ist aus Gl. (2.6) noch der Zusammenhang zwischen S , $g_{b'e}$ und β

$$S = \beta \cdot g_{b'e}. \quad (2.7)$$

3. Der Transistor in Emitterschaltung

Von den drei möglichen Grundschaltungen (Emitter-, Basis- und Kollektorschaltung) hat für Vorverstärker die Emitterschaltung die größte Bedeutung, weil mit ihr sowohl Strom- und Spannungsverstärkung als auch die größte Leistungsverstärkung zu erzielen ist.

3.1 Arbeitspunkteinstellung

Das vollständige Schaltbild einer Emitterstufe ist in Bild 3.1 dargestellt. Mit Hilfe des Spannungsteilers R_1 , R_2 wird die Batteriespannung U_B heruntergeteilt, wobei über dem Widerstand R_1 die Spannung U_1 abfällt.

Die Basis-Emittergleichspannung U_{BE} beträgt bei Siliziumtransistoren $\approx 0,7$ V. Damit ergibt sich ein Emitttergleichstrom von

$$I_E = \frac{U_1 - 0,7 \text{ V}}{R_E}. \quad (3.1)$$

Mit der zulässigen Näherung, dass der Emittterstrom I_E gleich dem Kollektorstrom I_C ist, ergibt sich

$$U_{CE} = U_B - I_E(R_E + R_C). \quad (3.2)$$

Der durch U_{CE} und $I_C \approx I_E$ festgelegte Arbeitspunkt muss innerhalb der Aussteuerungsgrenzen liegen (siehe [1, S. B65]). Der wechselstrommäßig durch C_E überbrückte und daher unwirksame Widerstand R_E dient zur Stabilisierung des Gleichstrom-Arbeitspunktes:

Bei einem niederohmigen Spannungsteiler R_1, R_2 liegt das Potential der Basis fest. Steigt aufgrund einer Temperaturerhöhung der Emittterstrom, so fällt am Emittterwiderstand R_E eine größere Spannung ab, d.h. U_{BE} sinkt und damit auch der Basisstrom sowie der Emittterstrom. Der starre Spannungsteiler in Verbindung mit dem Emittterwiderstand wirkt also einer Änderung des Arbeitspunktes durch Temperatureinflüsse entgegen.

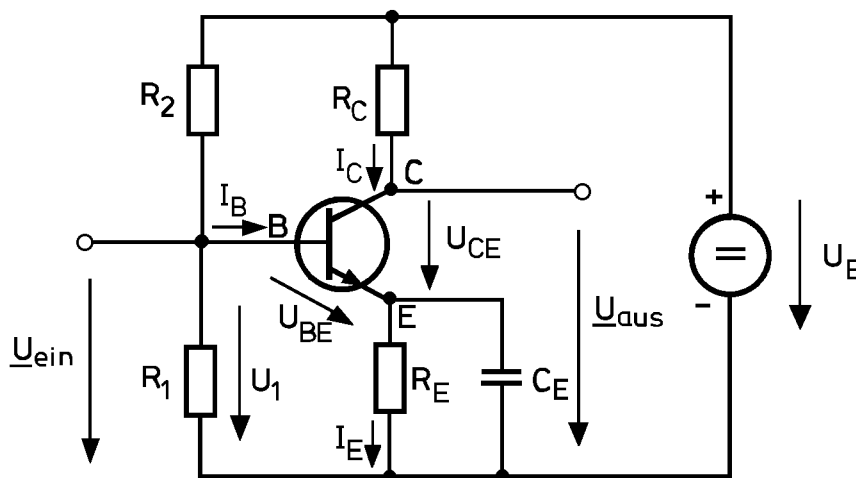


Bild 3.1: Verstärkerstufe mit *npn*-Transistor in Emitterschaltung

3.2 Wechselstromverhalten der Emittterstufe

Wechselstrommäßig stellt die Gleichspannungsquelle einen Kurzschluss dar. Außerdem sei die Kapazität C_E so bemessen, dass sie im interessierenden Frequenzbereich sehr niederohmig ist und den Widerstand R_E wechselstrommäßig kurzschließt. Damit ergibt sich für das Wechselstromschaltbild die Darstellung in Bild 3.2.

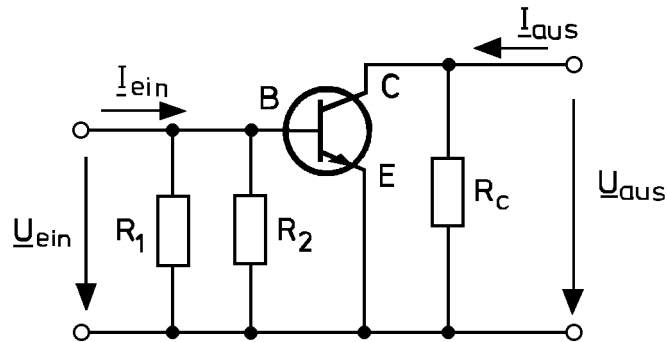
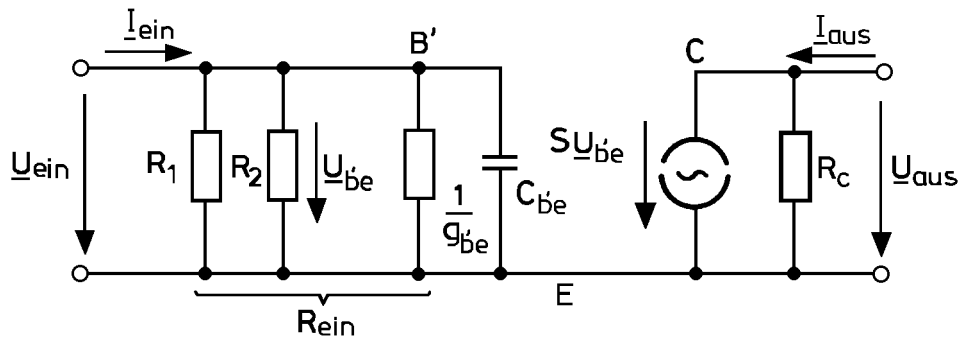


Bild 3.2: Wechselstromschaltbild der Emitterschaltung

Ersetzt man in dieser Schaltung den Transistor durch das vereinfachte Giacoletto-ESB, so erhält man das Wechselstromersatzschaltbild der Emitterstufe in Bild 3.3a bzw. Bild 3.3b.

a)



b)

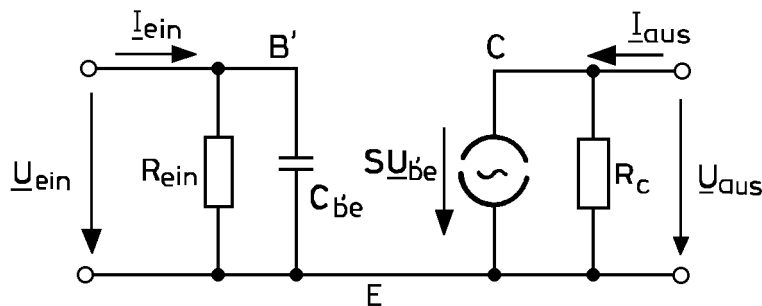


Bild 3.3: Vereinfachtes Giacoletto-ESB der Emitterschaltung

Aus dem letzten ESB (Bild 3.3b) lassen sich die Eigenschaften der Emitterstufe sehr einfach ermitteln. Der komplexe Eingangsleitwert ist

$$\underline{Y}_{ein} = \frac{1}{R_{ein}} + j\omega C_{be}, \quad (3.3)$$

wobei für den Eingangswiderstand R_{ein}

$$\frac{1}{R_{ein}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + g_{b'e} \quad (3.4)$$

gilt.

Am Ausgang erscheint nur eine Stromquelle mit dem Kurzschluss-Strom $S\underline{U}_{b'e}$ und dem Parallelwiderstand R_C . Die Ausgangsleerlaufspannung ist

$$\underline{U}_{aus\ leer} = -S\underline{U}_{b'e} \cdot R_C. \quad (3.5)$$

Damit ergibt sich eine Leerlaufspannungsverstärkung $v_{u\ leer}$ von

$$v_{u\ leer} = \frac{\underline{U}_{aus\ leer}}{\underline{U}_{ein}} = -SR_C. \quad (3.6)$$

Die Spannungsverstärkung ist also proportional der Steilheit S . In Kap. 2 wurde gezeigt, dass S linear vom Kollektorgleichstrom I_C und damit vom Arbeitspunkt abhängt. Ändert sich aufgrund einer Temperatur- oder Batteriespannungsänderung der Arbeitspunkt, so ändert sich damit auch die Verstärkung.

3.3 Gegenkopplung

Um die Spannungsverstärkung der Emitterstufe unabhängig von den Daten des Transistor-ESB und damit vom Arbeitspunkt zu machen, wird die Überbrückung des Widerstandes R_E durch die Kapazität C_E aufgehoben. Damit ergibt sich das Wechselstrom-ESB der Stufe nach Bild 3.4.

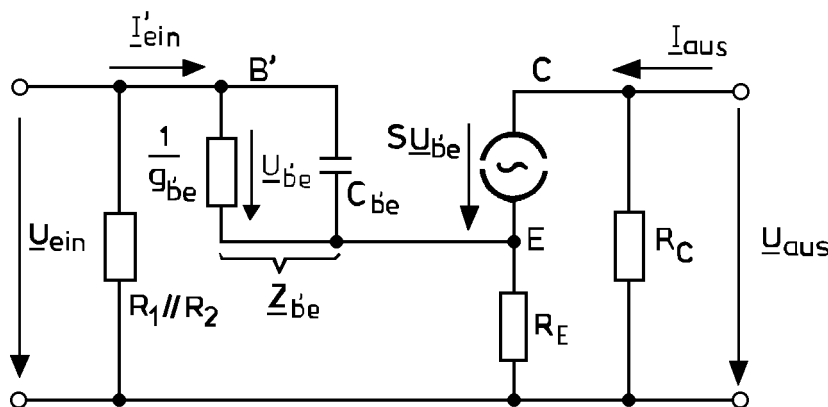


Bild 3.4: Wechselstrom-ESB der Emitterstufe mit Gegenkopplung

Für den Eingangswiderstand der Schaltung gilt:

$$\frac{1}{Z_{ein}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{I'_{ein}}{\underline{U}_{ein}}. \quad (3.7)$$

Der Eingangswiderstand $\underline{Z}'_{ein}$ der Transistorstufe berechnet sich mit der Annahme $\underline{I}'_{ein} \ll S \cdot \underline{U}_{b'e}$ und $\underline{Z}_{b'e} = \frac{1}{g_{b'e} + j\omega C_{b'e}}$ zu

$$\underline{Z}'_{ein} = \frac{\underline{U}'_{ein}}{\underline{I}'_{ein}} = \frac{\underline{U}_{b'e} + S \cdot \underline{U}_{b'e} \cdot R_E}{\underline{I}'_{ein}} \quad (3.8)$$

$$\underline{Z}'_{ein} = \frac{\underline{I}'_{ein} (\underline{Z}_{b'e} + S \cdot \underline{Z}_{b'e} \cdot R_E)}{\underline{I}'_{ein}} = \underline{Z}_{b'e} (1 + S \cdot R_E). \quad (3.9)$$

Sind die Steilheit S und der Widerstand R_E genügend groß, so gilt $S \cdot R_E \gg 1$. Damit wird

$$\underline{Z}'_{ein} \approx S \cdot \underline{Z}_{b'e} \cdot R_E \quad (3.10)$$

und

$$\frac{1}{\underline{Z}_{ein}} \approx \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{S \cdot \underline{Z}_{b'e} \cdot R_E}. \quad (3.11)$$

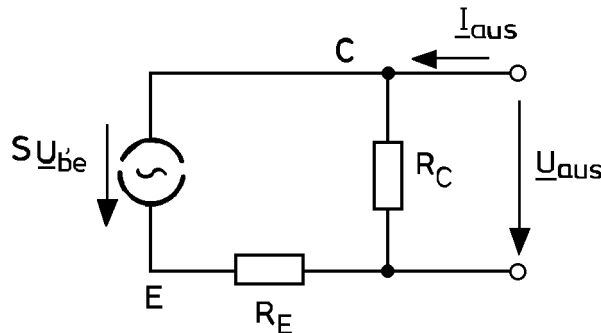


Bild 3.5: Wechselstrom-ESB für den Ausgang der Emitterstufe

Am Ausgang erscheint nach Bild 3.5 eine Stromquelle mit dem Kurzschluss-Strom $S \underline{U}_{b'e}$ und die Leerlaufspannung ist unverändert $\underline{U}_{aus \text{ leer}} = -S \underline{U}_{b'e} \cdot R_C$. Dagegen ist jetzt die Leerlaufspannungsverstärkung

$$v_{u \text{ leer}} = \frac{\underline{U}_{aus \text{ leer}}}{\underline{U}_{ein}} = \frac{-S \underline{U}_{b'e} R_C}{\underline{U}_{b'e} + S \underline{U}_{b'e} R_E} = -\frac{S R_C}{1 + S R_E}. \quad (3.12)$$

Bei hinreichend großem R_E gilt $S \cdot R_E \gg 1$ und die Leerlaufspannungsverstärkung wird dann

$$v_{u \text{ leer}} \approx -\frac{R_C}{R_E}, \quad (3.13)$$

ist also nur noch abhängig vom Verhältnis R_C zu R_E und unabhängig von der Frequenz und der Steilheit S (d.h. unabhängig vom Arbeitspunkt). Die Frequenzunabhängigkeit gilt aber nur innerhalb des Bereiches, in dem das vereinfachte Giacoletto-ESB gültig ist.

Der Innenwiderstand der Schaltung am Ausgang beträgt – wie bei der Schaltung ohne Gegenkopplung – R_C .

Die Folgen dieser Gegenkopplung durch den Widerstand R_E sind also:

1. eine Verringerung der Verstärkung (siehe Gl. (3.12)),
2. eine Vergrößerung des Eingangswiderstandes (siehe Gl. (3.10)),
3. eine weitgehende Unabhängigkeit der Verstärkung vom Arbeitspunkt (siehe Gl. (3.13)),
4. kleinere Verzerrungen [1, S. 104-115].

4. RC-Kopplung

Schaltet man zwei Emitterstufen hintereinander, so muss man sie gleichstrommäßig voneinander trennen, da das Potential am Kollektor der 1. Stufe nicht mit dem Potential an der Basis der 2. Stufe übereinstimmt. Diese Gleichstromtrennung lässt sich durch eine Koppelkapazität C_K erreichen. Es ergibt sich daraufhin ein Wechselstrom-ESB nach Bild 4.1.

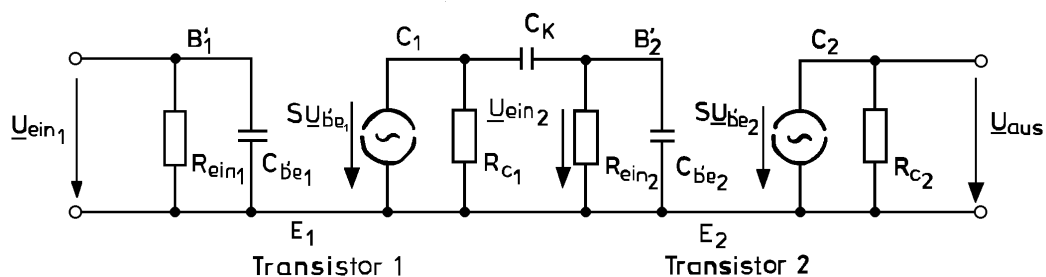


Bild 4.1: Giacoletto-ESB zweier gekoppelter Transistorstufen

Zur Berechnung der Eigenschaften dieser Kopplung wird nur der mittlere Teil des ESB benötigt, wobei die Stromquelle in eine Spannungsquelle umgewandelt wird. Man erhält daher das in Bild 4.2 gezeigte Wechselstrom-ESB.

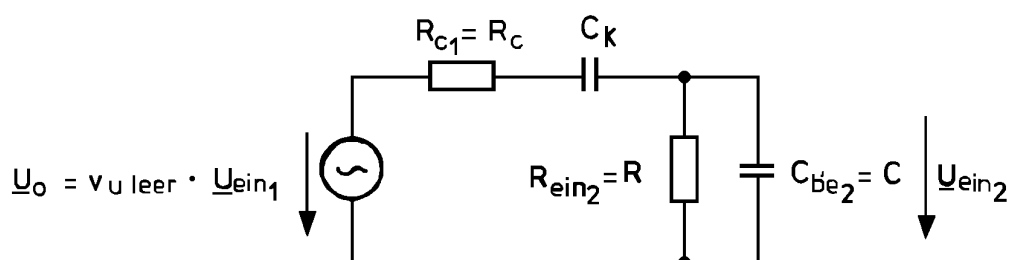


Bild 4.2: Wechselstrom-ESB zur Bestimmung der Frequenzeigenschaften

Das Übertragungsverhältnis $\underline{U}_{ein2}/\underline{U}_0$ berechnet sich wie folgt:

$$\frac{\underline{U}_{ein2}}{\underline{U}_0} = \frac{\left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)^{-1}}{R_C + \frac{1}{j\omega C_K} + \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)^{-1}} \quad (4.1)$$

$$= \frac{\frac{R}{1 + j\omega RC}}{R_C + \frac{1}{j\omega C_K} + \frac{R}{1 + j\omega RC}} \quad (4.2)$$

$$= \frac{R}{R_C + j\omega C R R_C + \frac{1}{j\omega C_K} + \frac{C}{C_K} R + R} \quad (4.3)$$

$$= \frac{R}{R + R_C} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C \underbrace{\frac{R \cdot R_C}{R + R_C}}_{\tau_H} + \underbrace{\frac{1}{j\omega C_K (R + R_C)}}_{\tau_T} + \underbrace{\frac{C}{C_K} \cdot \frac{R}{R + R_C}}_{\ll 1 \text{ da } C_K \gg C \text{ und } R \approx R_C}}$$

Näherungsweise ergibt sich ein Übertragungsverhältnis:

$$\frac{\underline{U}_{ein2}}{\underline{U}_0} \approx \frac{R}{R + R_C} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \tau_H + \frac{1}{j\omega \tau_T}} \quad (4.4)$$

$$\text{mit einer unteren Grenzfrequenz } f_T = \frac{1}{\tau_T} \cdot \frac{1}{2\pi}$$

$$\text{und einer oberen Grenzfrequenz } f_H = \frac{1}{\tau_H} \cdot \frac{1}{2\pi}.$$

Es besteht aus drei Anteilen, wobei der erste frequenzunabhängig und damit ständig wirksam ist. Der zweite wird bei hohen Frequenzen wirksam, da τ_H wegen der geringen Kapazität von C einen kleinen Wert darstellt. Der dritte wird nur bei tiefen Frequenzen wirksam, da τ_T bedingt durch C_K eine verhältnismäßig große Zeitkonstante ist.

Bild 4.3 zeigt den qualitativen Verlauf der Frequenzcharakteristik in einem Bode-Diagramm.

gen $1/g_{b'e}$ vernachlässigt werden). Es werden ohne Änderung der Potentiometerstellung statt der Punkte 5 und 16 die Punkte 5 und 7 verbunden. Aus der Spannungsteilung $U_{3,4}$ und $U_{1,2}$ und dem bekannten Widerstand $2\text{ k}\Omega$ lässt sich die eingestellte Größe des veränderbaren Widerstandes und damit $1/g_{b'e}$ bestimmen.

Es werden wieder die Punkte 5 und 16 miteinander verbunden, die Potentiometerstellung bleibt unverändert. Die Frequenz des Generators wird solange erhöht, bis zwischen den Punkten 3 und 4 das $1/\sqrt{5}$ -fache der Spannung zwischen 1 und 2 anliegt. Der komplexe Widerstand der Kapazität zwischen der Basis und dem Emitter ist jetzt dem Betrag nach genauso groß wie $1/g_{b'e}$. Diese Kapazität ist zu bestimmen.

Bemerkung: Um in dem vom Generator erzeugten Frequenzbereich zu messbaren Werten zu kommen, wurde parallel zu $C_{b'e}$ die Kapazität C_{zus} geschaltet, der Transistor also künstlich verschlechtert.

Die Steilheit wird aus der Spannungsverstärkung bestimmt ($f = 1\text{ kHz}$).

5.2 Messung der Verstärkung

Für verschiedene Kollektorwiderstände $R_C = 1\text{ k}\Omega, 3\text{ k}\Omega, 5\text{ k}\Omega$ ist in Abhängigkeit von $U_B = 10\ldots 30\text{ V}$ die Verstärkung v_u zu bestimmen ($f = 1\text{ kHz}$). Dazu sind die Buchsen 5 mit 6 und 12 mit 13 zu verbinden:

$$v_u = \frac{U_{14,15}}{U_{3,4}}.$$

5.3 Messung der Verstärkung mit Gegenkopplung

Die Verbindung zwischen den Punkten 12 und 13 ist zu unterbrechen. Für verschiedene Kollektorwiderstände $R_C = 1\text{ k}\Omega, 3\text{ k}\Omega, 5\text{ k}\Omega$ ist in Abhängigkeit von $U_B = 10\ldots 30\text{ V}$ die Verstärkung v_u zu bestimmen ($f = 1\text{ kHz}$):

$$v_u = \frac{U_{14,15}}{U_{3,4}}.$$

5.4 Messung der RC-Kopplung

Der Generator wird mit den Punkten 3 und 4 verbunden und die Generatorspannung konstant gehalten ($U_{SS} \approx 50\text{ mV}$). Verbunden werden die Punkte 5 mit 6, 8 mit 10 und 14 mit 16 (12 und 13 bleiben offen). In Abhängigkeit von der Frequenz ist die Gesamtverstärkung

$$v_{u\text{ ges}} = \frac{U_{17,18}}{U_{3,4}}$$

zu messen ($U_B = 20\text{ V}$). Die untere und die obere Grenzfrequenz sind zu bestimmen und zu berechnen. Die berechneten und die gemessenen Werte sind miteinander zu vergleichen.

6. Literatur

- [1] Brunk, M.: *Verstärkertechnik; Analyse von Transistorschaltungen.*
Vorlesungsexemplar am Institut für Nachrichtentechnik der TU Braunschweig, Justus von Liebig-Verlag, Darmstadt.
- [2] Tietze, U.;
Schenk, Ch.: *Halbleiterschaltungstechnik.*
Springer-Verlag, Berlin, 1989.

7. Anhang (Versuchsprotokoll)

Zu Aufgabe 5.1: $R_{\text{ein}} = \frac{1}{g_{b'e}} =$ $C_{b'e} =$ $S =$

zu Aufgabe 5.2:

$R_C = 1 \text{ k}\Omega$	U_B / V	10	15	20	25	30
	$U_{3,4}$					
	$U_{14,15}$					
	v_u					

$R_C = 3 \text{ k}\Omega$	U_B / V	10	15	20	25	30
	$U_{3,4}$					
	$U_{14,15}$					
	v_u					

$R_C = 5 \text{ k}\Omega$	U_B / V	10	15	20	25	30
	$U_{3,4}$					
	$U_{14,15}$					
	v_u					

zu Aufgabe 5.3:

$R_C = 1 \text{ k}\Omega$	U_B / V	10	15	20	25	30
	$U_{3,4}$					
	$U_{14,15}$					
	v_u					

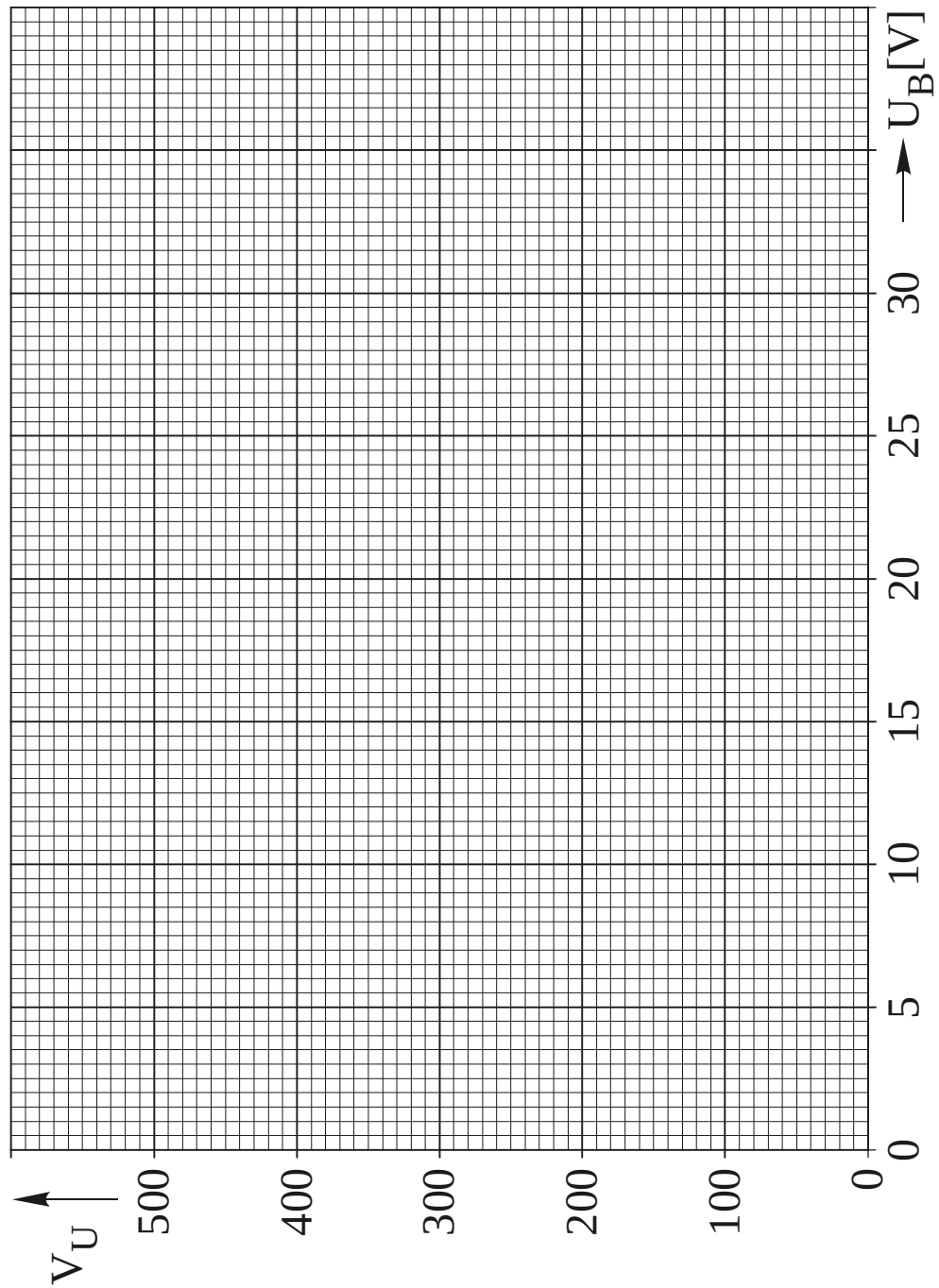
$R_C = 3 \text{ k}\Omega$	U_B / V	10	15	20	25	30
	$U_{3,4}$					
	$U_{14,15}$					
	v_u					

$R_C = 5 \text{ k}\Omega$	U_B / V	10	15	20	25	30
	$U_{3,4}$					
	$U_{14,15}$					
	v_u					

zu Aufgabe 5.4:

[illegible]

zu Aufgabe 5.2:



zu Aufgabe 5.4:

