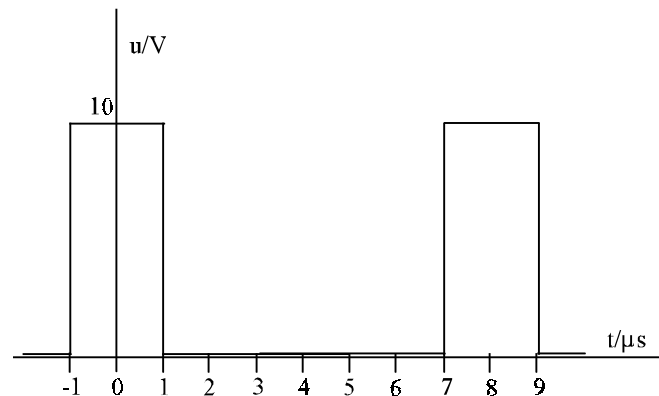


Zugelassene Hilfsmittel : alle eigenen, Literatur.
 Dauer / Punkte : 90 min / 56 Punkte

Ergebnisse sind auf vier Stellen Genauigkeit zu berechnen, dazu Zwischenergebnisse auf fünf Stellen berechnen. Berechnungen sind nachvollziehbar zu dokumentieren. Ergebnisse sind doppelt zu unterstreichen. Jedes Blatt ist mit Name, Matrikel-Nr. und Seite zu beschriften. Die Bearbeitungsreihenfolge ist beliebig. Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Nicht die Rückseite beschriften.

Aufgabe 1 (11 P)

Für den dargestellten Verlauf $u(t)$ sind die Fourier-Koeffizienten a_k , b_k und a_0 zu berechnen. Benutzen Sie keine in der Literatur evtl. schon dargestellten Ergebnisse.



a) Bestimmen Sie a_k , b_k und a_0 allgemein für:

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin(k\omega_0 t)$$

b) Geben Sie die Reihe bis $k = 9$ und ω_0 an.

Hinweis: Die Reihe mit Hilfe des dargestellten Koordinatensystems zu berechnen, ist sehr aufwendig. Die Wahl eines anderen Koordinatensystems ist ratsam.

Aufgabe 2 (10 P)

Lösen Sie die lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten im x -Bereich. Geben Sie $y(x)$ an.

$$y'' + 8y' + 12y = 72x$$

$$y(x=0) = -4$$

$$y'(x=0) = 18$$

Aufgabe 3 (10 P)

Lösen Sie die lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten mit Hilfe der Laplace Transformation. Geben Sie $y(t)$ an.

$$y'' + 8y' + 12y = 72t$$

$$y(t=0) = -4$$

$$y'(t=0) = 18$$

Aufgabe 4 (7 P)

Transformieren Sie $Y(p)$ in den Zeitbereich.

$$Y(p) = \frac{11p^2 + 76p + 125}{p^3 + 6p^2 + 25p}$$

Aufgabe 5 (7 P)

Lösen Sie mit Hilfe einer Methode Ihrer Wahl (keinen Reihensatz oder Trennung der Variablen) die folgende DGL mit Anfangsbedingung. Geben Sie $y(x)$ an.

$$(x + 2)y' + 3y = 6$$

$$y_0 = y(x=0) = 8$$

Aufgabe 6 (11 P)

Bestimmen Sie $y(x)$ der folgenden DGL mit Hilfe der Linearisierung im Arbeitspunkt.

$$y' + 2y - \frac{18}{y + 6} = 4$$

$$y_0 = y(x=0) = 2.5$$

Aufgabe 1

a) $a_k = \frac{20 \text{ V}}{\pi k} * \sin(k 45^\circ)$ $b_k = 0$ $a_0 = 5$

b) $\omega_0 = 785 * 10^3 \text{ s}^{-1}$

$$u(t) = 2.5 \text{ V} + \frac{20 \text{ V}}{\pi} \left[\frac{1}{1} * \frac{1}{\sqrt{2}} * \cos(\omega_0 t) + \frac{1}{2} * 1 * \cos(2\omega_0 t) + \frac{1}{3} * \frac{1}{\sqrt{2}} * \cos(3\omega_0 t) \right. \\ \left. - \frac{1}{5} * \frac{1}{\sqrt{2}} * \cos(5\omega_0 t) - \frac{1}{6} * 1 * \cos(6\omega_0 t) - \frac{1}{7} * \frac{1}{\sqrt{2}} * \cos(7\omega_0 t) \right. \\ \left. + \frac{1}{9} * \frac{1}{\sqrt{2}} * \cos(9\omega_0 t) + \dots \right]$$

Aufgabe 2

$$y(x) = 3e^{-2x} - 3e^{-6x} - 4 + 6x$$

Aufgabe 3

$$y(t) = -4 + 6t + 3e^{-2t} - 3e^{-6t}$$

Aufgabe 4

$$y(t) = 5 + e^{-3t} [6 * \cos(4t) + 7 * \sin(4t)]$$

Aufgabe 5

$$y(t) = \frac{48}{(x + 2)^3} + 2$$

Aufgabe 6

$$y(x) = 3 - 0.5 * e^{-2.222x}$$