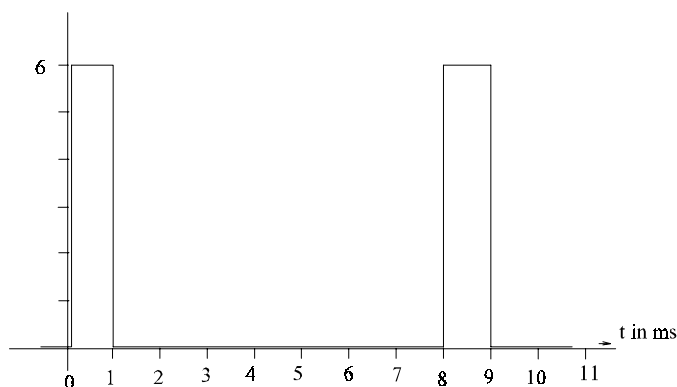


Zugelassene Hilfsmittel : alle eigenen, Literatur.
Dauer / Punkte : 90 min / 97 Punkte

Ergebnisse sind auf vier Stellen Genauigkeit zu berechnen, dazu Zwischenergebnisse auf fünf Stellen berechnen. Berechnungen sind nachvollziehbar zu dokumentieren, nur einfache Taschenrechnerergebnisse (Grundrechenarten, Funktionsberechnungen) werden gewertet. Gleichungssysteme und Gleichungen sind nicht mit dem Taschenrechner zu lösen. Ergebnisse sind doppelt zu unterstreichen. Jedes Blatt ist mit Name, Matrikel-Nr. und Seite zu beschriften. Die Bearbeitungsreihenfolge ist beliebig. Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Nicht die Rückseite beschriften.

Aufgabe 1 (30 P)

Für den dargestellten Verlauf $y(t)$ sind die Fourier-Koeffizienten a_k , b_k und a_0 zu berechnen.



a) Bestimmen Sie a_k , b_k und a_0 allgemein für: (13 P)

$$y(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k * \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k * \sin(k\omega_0 t)$$

b) Geben Sie die Reihe bis $k = 7$ und ω_0 an. (17 P)

Hinweis: Die Reihe mit Hilfe des dargestellten Koordinatensystems zu berechnen, ist sehr aufwendig. Die Wahl eines anderen Koordinatensystems ist ratsam.

Aufgabe 2 (15 P)

Lösen Sie die lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten im x-Bereich. Geben Sie $y(x)$ an.

$$y'' + 6y' + 5y = 30$$

$$y(x=0) = 4$$

$$y'(x=0) = 0$$

Aufgabe 3 (15 P)

Lösen Sie die lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten mit Hilfe der Laplace Transformation. Geben Sie $y(t)$ an.

$$y'' + 6y' + 5y = 30$$

$$y(t=0) = 4$$

$$y'(t=0) = 0$$

Aufgabe 4 (15 P)

Transformieren Sie $Y(p)$ in den Zeitbereich.

$$Y(p) = \frac{5p^2 + 7p + 82}{p^3 + 10p^2 + 41p}$$

Aufgabe 5 (2 P)

Die Bestimmungsgleichung zur Ermittlung der Eigenwerte λ_i der folgenden linearen DGL ist anzugeben.

$$y^{(4)} + 6y''' + 9y'' + 26y' + 24y = \sin(5x)$$

Aufgabe 6 (3 P)

Eine DGL 7. Ordnung hat als Lösung die folgenden Eigenwerte. Geben Sie den Ansatz für die homogene Lösung an.

$$\lambda_1 = -2$$

$$\lambda_{23} = -5$$

$$\lambda_{45} = -3 \pm j2$$

$$\lambda_{67} = -3 \pm j5$$

Aufgabe 7 (5 P)

Formen Sie die folgende DGL um in ein System von DGLn 1. Ordnung.

$$y''' * y'' + y' * \sin(x) + y = 3\cos(5x)$$

Aufgabe 8 (12 P)

Berechnen Sie mit Hilfe eines Reihenansatzes den Wert von $y(x=0.1)$. $y(x)$ ist gegeben durch die folgende DGL mit Anfangsbedingung. Die ersten drei Reihenglieder sind zu bestimmen.

$$y' + 4y = e^{-3x}$$

$$y(x=0) = 0.5$$

Aufgabe 1

a) $a_0 = 1.5$

$$a_k = \frac{6}{\pi * k} * \sin(k45^\circ)$$

$$b_k = \frac{6}{\pi * k} * [1 - \cos(k45^\circ)]$$

b) $\omega_0 = 785 \text{ s}^{-1}$

$$y(x) = 0.75 + \frac{6}{\pi} \left[\begin{aligned} &\frac{0.707}{1} \cos(1\omega_0 t) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_0 t) + \frac{0.707}{3} \cos(3\omega_0 t) \\ &- \frac{0.707}{5} \cos(5\omega_0 t) - \frac{1}{6} \cos(6\omega_0 t) - \frac{0.707}{7} \cos(7\omega_0 t) + \dots \\ &+ \frac{0.293}{1} \sin(1\omega_0 t) + \frac{1}{2} \sin(2\omega_0 t) + \frac{1.707}{3} \sin(3\omega_0 t) \\ &+ \frac{2}{4} \sin(4\omega_0 t) + \frac{1.707}{5} \sin(5\omega_0 t) + \frac{1}{6} \sin(6\omega_0 t) + \frac{0.293}{7} \sin(7\omega_0 t) + \dots \end{aligned} \right]$$

Aufgabe 2

$$y = -2.5 * e^{-x} + 0.5 * e^{-5x} + 6$$

Aufgabe 3

$$y = 6 - 2.5 * e^{-t} + 0.5 * e^{-5t}$$

Aufgabe 4

$$y(t) = 2 + e^{-5t} * [3 * \cos(4t) - 7 * \sin(4t)]$$

Aufgabe 5

$$\lambda^4 + 6\lambda^3 + 9\lambda^2 + 26\lambda + 24 = 0$$

Aufgabe 6

$$y(x) = c_1 * e^{-2x} + e^{-5x} [c_2 + c_3 x] + e^{-3x} [c_4 * \cos(2x) + c_5 * \sin(2x)] + e^{-3x} [c_6 * \cos(5x) + c_7 * \sin(5x)]$$

Aufgabe 7

$$y_1' = y_2 \qquad y_2' = y_3 \qquad y_3' = \frac{3\cos(5x) - y_1 - y_2 \sin(x)}{y_3}$$

Aufgabe 8

$$y(x=0.1) = 0.405$$