

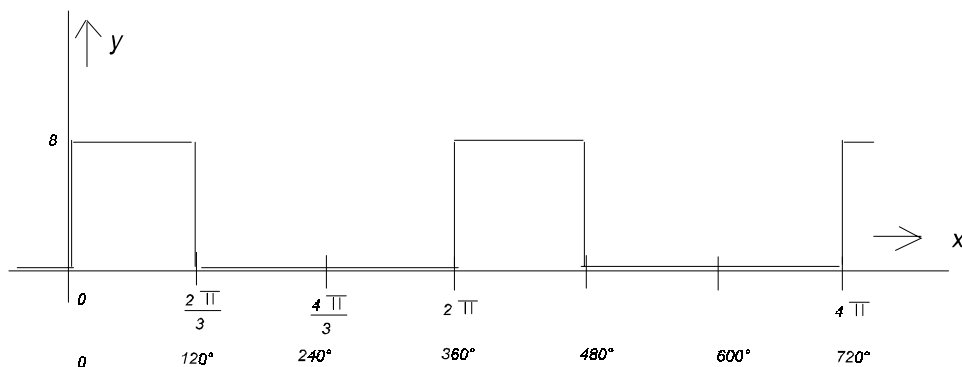
Zugelassene Hilfsmittel : alle eigenen, Literatur.
 Dauer / Punkte : 90 min / 103 Punkte

Ergebnisse sind auf vier Stellen Genauigkeit zu berechnen, dazu Zwischenergebnisse auf fünf Stellen berechnen. Berechnungen sind nachvollziehbar zu dokumentieren, nur einfache Taschenrechnerergebnisse (Grundrechenarten, Funktionsberechnungen) werden gewertet. Gleichungssysteme und Gleichungen sind nicht mit dem Taschenrechner zu lösen. Ergebnisse sind doppelt zu unterstreichen. Jedes Blatt ist mit Name, Matrikel-Nr. und Seite zu beschriften. Die Bearbeitungsreihenfolge ist beliebig. Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Nicht die Rückseite beschriften.

Aufgabe 1 (25 P)

Für den dargestellten Verlauf sind die Fourier-Koeffizienten c_k der komplexen Fourier Reihe zu berechnen.

$$y(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k * e^{jkx}$$



Bestimmen Sie mit Hilfe der komplexen c_k die Fourier-Koeffizienten a_k , b_k und a_0 der reellen Fourier-Reihe:

$$y(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k * \cos(kx) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k * \sin(kx)$$

Geben Sie die reelle Fourier Reihe bis $k = 5$ an.

Aufgabe 2 (10 P)

Lösen Sie mit Hilfe der "Trennung der Variablen" die folgende DGL mit Anfangsbedingung. Geben Sie $y(x)$ an.

$$y' + y^2 * x * \sin(3x) = 0 \quad y(x=0) = 4$$

Aufgabe 3 (12 P)

Lösen Sie die lineare DGL 2.Ordnung mit konstanten Koeffizienten im Zeitbereich. Geben Sie $y(x)$ an.

$$y'' + 6y' + 8y = 24 \quad y(x=0) = 8 \quad y'(x=0) = 0$$

Aufgabe 4 (1 P)

Die Bestimmungsgleichung zur Ermittlung der Eigenwerte λ_i der homogenen linearen DGL ist anzugeben.

$$y''' + 9y'' + 26y' + 24y = 0$$

Aufgabe 5 (3 P)

Eine homogene DGL 7.Ordnung hat als Lösung folgende Eigenwerte. Geben Sie den Ansatz für die homogene Lösung an.

$$\lambda_1 = -3 \quad \lambda_{23} = -4 \quad \lambda_{45} = -4 \pm j5 \quad \lambda_{67} = -4 \pm j3$$

Aufgabe 6 (5 P)

Formen Sie die folgende DGL um in ein System von DGLn 1.Ordnung.

$$y'''' + 3y''''y + 4y''y' = 3 + \sin(x)$$

Aufgabe 7 (16 P)

Berechnen Sie mit Hilfe eines Reihenansatzes den Wert von $y(x=0.2)$. $y(x)$ ist gegeben durch die folgende DGL mit Anfangsbedingung. Die ersten vier Reihenglieder sind zu bestimmen.

$$y' + 3y = e^{-2x} \quad y(x=0) = 2$$

Aufgabe 8 (10 P)

Stellen Sie fest, ob die folgende DGL stabil ist. Begründung!

$$2y'''' + 12y''' + 25y'' + 10y' + 3y = 20 \cdot \cos(4x)$$

Aufgabe 9 (6 P)

Transformieren Sie in den Zeitbereich. Benutzen Sie nur einfache Transformationen (Tabelle 1). Abgeleitete Transformationen sind zu begründen.

$$Y(p) = \frac{60p}{p^2 + 4p + 29}$$

Aufgabe 10 (15 P)

Lösen Sie die folgende DGL mit Anfangsbedingung mit Hilfe der Laplace-Transformation

$$y'' + 12y' + 32y = 160 \quad y(t=0) = 2 \quad y'(t=0) = 4$$

Aufgabe 1

$$c_k = \frac{4}{\pi k} [\sin(k 120^\circ) - j\{1 - \cos(k 120^\circ)\}]$$

$$a_k = 2\operatorname{Re}\{c_k\} = \frac{8}{\pi k} \sin(k 120^\circ) \quad b_k = -2\operatorname{Im}\{c_k\} = \frac{8}{\pi k} \{1 - \cos(k 120^\circ)\}$$

$$y(x) = \frac{8}{3} + \frac{8}{\pi} \sqrt{3} \left[\sin(x) - \frac{1}{2} \sin(2x) + \frac{1}{4} \sin(4x) - \frac{1}{5} \sin(5x) + \dots \right] + \frac{8}{\pi} 1.5 \left[\cos(x) + \frac{1}{2} \cos(2x) + \frac{1}{4} \cos(4x) + \frac{1}{5} \cos(5x) + \dots \right]$$

Aufgabe 2

$$y = \frac{1}{\frac{\sin(3x)}{9} - x \frac{\cos(3x)}{3} + \frac{1}{4}}$$

Aufgabe 3

$$y = 10 * e^{-2x} - 5 * e^{-4x} + 3$$

Aufgabe 4

$$\lambda^3 + 9\lambda^2 + 26\lambda + 24 = 0$$

Aufgabe 5

$$y(x) = c_1 * e^{-3x} + c_2 * e^{-4x} + c_3 * x * e^{-4x} + e^{-4x} [c_4 * \cos(5x) + c_5 * \sin(5x)] + e^{-4x} [c_6 * \cos(3x) + c_7 * \sin(3x)]$$

Aufgabe 6

$$y'_1 = y_2$$

$$y'_2 = y_3$$

$$y'_3 = y_4$$

$$y'_4 = 3 + \sin(x) - 3 * y_4 * y_1 - 4 * y_3 * y_2$$

Aufgabe 7

$$y(x) = 2 - 5x + \frac{13}{2} x^2 - \frac{35}{6} x^3 + \dots$$

$$y(x=0.2) = 1.213$$

Aufgabe 8

$$H_1 = > 0 \quad H_2 = > 0 \quad H_3 = > 0 \quad H_4 = > 0 \quad \Rightarrow \quad \text{DGL stabil}$$

Aufgabe 9

$$y(t) = e^{-2t} [60 \cos(5t) - 24 * \sin(5t)]$$

Aufgabe 10

$$y(t) = 5 - 5 * e^{-4t} + 2 * e^{-8t}$$