

Zugelassene Hilfsmittel : alle eigenen, Literatur.
Dauer / Punkte : 90 min / 104 Punkte

Berechnungen sind nachvollziehbar zu dokumentieren, nur einfache Taschenrechnerergebnisse (Grundrechenarten, Funktionsberechnungen) werden gewertet. Ergebnisse sind doppelt zu unterstreichen. Jedes Blatt ist mit Name, Matrikel-Nr. und Seite zu beschriften. Die Bearbeitungsreihenfolge ist beliebig. Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Nicht die Rückseite beschriften.

Aufgabe 1 (19 P)

$$z(x,y) = 2x^2 + 5y^2 + 6xy + 10x + 18y + 15$$

Von der oberen Funktion sollen die Extremwerte bestimmt werden.

- a) Die ersten partiellen Ableitungen der Funktion z sind zu bilden. (4 P)
- b) Bestimmen Sie die vier zweiten partiellen Ableitungen der Funktion z . (4 P)
- c) Geben Sie die notwendigen Bedingungen für einen Extremwert an. (2 P)
- d) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem zweiter Ordnung nachvollziehbar und geben Sie die Koordinaten des Extrempunktes an. (6 P)
- e) Beweisen Sie, daß dieser Punkt entweder ein Maximum, Minimum oder Sattelpunkt ist. (3 P)

Aufgabe 2 (12 P)

Gegeben ist die Skalar-Funktion

$$\varphi = x \cdot y^2 \cdot z^3$$

- a) Bilden Sie den Gradienten: $\vec{v} = \text{grad}(\varphi)$ (3 P)
- b) Berechnen Sie die Divergenz: $s = \text{div}(\vec{v})$ (3 P)
- c) Geben Sie an: $\vec{w} = \text{rot}(\vec{v})$ (2 P)
- d) Bestimmen Sie den Wert des Linienintegrals (4 P)

$$I = \int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} \vec{v} d\vec{s}$$

auf der Geraden zwischen den Punkten $\vec{P}_1$ und $\vec{P}_2$.

$$\vec{P}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{P}_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Hinweis: Die Aufgabe ist mit Überlegung schnell lösbar. Geben Sie Begründungen an.

Aufgabe 3 (15 P)

Das folgende unbestimmte Integral ist zu berechnen:

$$I = \int \frac{2x^2 - 23x + 46}{(x + 2)(x - 3)^2} dx$$

Aufgabe 4 (6 P)

Berechnen Sie ohne die Hilfe einer Tabelle das folgende unbestimmte Integral:

$$I = \int x * \cosh(x) dx$$

Aufgabe 5 (18 P)

Das Volumen eines Zylinders mit den folgenden Begrenzungen ist zu berechnen:

$$\begin{array}{ll} R_1 = 0 & R_2 = 5 \text{ cm} \\ \varphi_1 = 0 & \varphi_2 = 2\pi \\ z_1 = 0 & z_2 = 8 \text{ cm} + R^* |\sin(\varphi)| \end{array}$$

Aufgabe 6 (20 P)

Das bestimmte Integral

$$I = \int_{x=2}^{2.1} y(x) dx = \int_{x=2}^{2.1} \frac{e^{x-2}}{x} dx$$

ist durch Reihenentwicklung zu berechnen.

- a) Bestimmen Sie die ersten drei Terme der Taylor-Reihe von $y(x)$, entwickelt an der Stelle $x = 2$. (15 P)
- b) Der Wert des bestimmten Integrals ist zu ermitteln. (5 P)

Aufgabe 7 (14 P)

Entwickeln Sie an der Stelle $x = 0$ in einer Reihe:

$$y = \sqrt[5]{32 + x^2}$$

Geben Sie die ersten vier Terme der Reihe an.

Aufgabe 1

- a) $z_x = 4x + 6y + 10$ $z_y = 10y + 6x + 18$
 b) $z_{xx} = 4$ $z_{xy} = 6$ $z_{yx} = 6$ $z_{yy} = 10$
 c) $z_x = 0 = 4x + 6y + 10$ $z_y = 0 = 10y + 6x + 18$
 d) $x_E = 2$ $y_E = -3$ $z_E = -2$
 e) Minimum

Aufgabe 2

- a) $\vec{v} = \text{grad}(\varphi) = \begin{pmatrix} y^2 z^3 \\ 2xyz^3 \\ 3xy^2 z^2 \end{pmatrix}$
 b) $s = 0 + 2xz^3 + 6xy^2 z$
 c) $\vec{w} = \mathbf{0}$
 d) $I = 1200$

Aufgabe 3

$$I = 4\ln|x + 2| - 2\ln|x - 3| + \frac{1}{x - 3} + C$$

Aufgabe 4

$$I = x \cdot \sinh(x) - \cosh(x) + C$$

Aufgabe 5

$$V = 794.99 \text{ cm}^3$$

Aufgabe 6

- a) $y(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(x - 2) + \frac{1}{8}(x - 2)^2 + \dots$
 b) $I = 0.05129167$

Aufgabe 7

$$y = 2 + \frac{x^2}{80} - \frac{x^4}{6400} + 3 \frac{x^6}{1024000} - + \dots$$