

Zugelassene Hilfsmittel : alle eigenen, Literatur.
Dauer / Punkte : 90 min / 105 Punkte

Ergebnisse sind auf vier Stellen Genauigkeit zu berechnen, dazu Zwischenergebnisse auf fünf Stellen berechnen. Berechnungen sind nachvollziehbar zu dokumentieren, nur einfache Taschenrechnerergebnisse (Grundrechenarten, Funktionsberechnungen) werden gewertet. Ergebnisse sind doppelt zu unterstreichen. Jedes Blatt ist mit Name, Matrikel-Nr. und Seite zu beschriften. Die Bearbeitungsreihenfolge ist beliebig. Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Nicht die Rückseite beschriften.

Aufgabe 1 (8 P)

Bestimmen Sie den unbestimmten Ausdruck:

$$y_G = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(x) - \sin(x)}{x^3}$$

Aufgabe 2

$$z = f(x, y) = 2x^2 + 2y^2 - 8x + 10y - 2xy + 41$$

Von der oberen Funktion sollen die Extremwerte bestimmt werden.

- a) Die ersten partiellen Ableitungen der Funktion z sind zu bilden. (4 P)
- b) Bestimmen Sie die vier zweiten partiellen Ableitungen der Funktion z. (4 P)
- c) Geben Sie die notwendigen Bedingungen für einen Extremwert an. (2 P)
- d) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem zweiter Ordnung und geben Sie die Koordinaten des Extrempunktes an. (6 P)
- e) Beweisen Sie, daß dieser Punkt entweder ein Maxima, Minima oder Sattelpunkt ist. (3 P)

Aufgabe 3 (14 P)

Die x-y-Werte der unten stehenden Tabelle sind durch die Funktion

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2$$

anzunähern, so daß die Quadrate der y-Abweichungen zwischen Tabelle und angenäherter Funktion ein Minimum wird. Die Bestimmungsgleichung in Matrixform (lineares Gleichungssystem) für die Koeffizienten a_0 , a_1 und a_2 sind zahlenmäßig anzugeben. Das Gleichungssystem ist **nicht** zu lösen, nur anzugeben.

x	-2	-1	0	1	2
y	4	3	2	4	8

Aufgabe 4 (20 P)

Man bestimme durch Partialbruchzerlegung:

$$I = \int \frac{x^2 + 4x + 6}{(x + 2)^2(x - 3)} dx$$

Aufgabe 5 (12 P)

Das Volumen des Körpers durch die folgenden in kartesischen Koordinaten begrenzten Flächen ist zu berechnen:

$$\begin{array}{ll} x_1 = 3 \text{ cm} & x_2 = 5 \text{ cm} \\ y_1 = 0 & y_2 = x \\ z_1 = 3 \text{ cm} & z_2 = 10 \text{ cm} + 2x + 5y \end{array}$$

Aufgabe 6 (10 P)

Die folgende Funktion $y = f(x)$ ist bei $x = 2$ durch die ersten vier Terme einer Taylorreihe darzustellen:

$$y = x^2 e^x$$

Aufgabe 7 (12 P)

Die Funktion $y = f(x)$ ist mit Hilfe der binomischen Reihe bei $x = 0$ zu entwickeln. Geben Sie die ersten vier Terme der Reihe an.

$$y = \sqrt[4]{2 + x^2}$$

Aufgabe 8 (10 P)

Das folgende bestimmte Integral ist mit Hilfe von Reihenentwicklung auf vier Genauigkeitsstellen zu berechnen.

$$I = \int_0^{0.1} x^5 * e^x dx$$

Aufgabe 1

$$y_G = 1/3$$

Aufgabe 2

- a) $z_x = 4x - 8 - 2y$ $z_y = 4y + 10 - 2x$
- b) $z_{xx} = 4$ $z_{xy} = -2$ $z_{yx} = -2$ $z_{yy} = 4$
- c) $z_x = 0 = 4x - 8 - 2y$ $z_y = 0 = 4y + 10 - 2x$
- d) $x_E = 1$ $y_E = -2$ $z_E = 27$
- e) Minimum

Aufgabe 3

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 0 & 10 \\ \hline 0 & 10 & 0 \\ \hline 10 & 0 & 34 \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|} \hline a_0 \\ \hline a_1 \\ \hline a_2 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 21 \\ \hline 9 \\ \hline 55 \\ \hline \end{array}$$

Aufgabe 4

$$I = \frac{2}{5} \frac{1}{x+2} - \frac{2}{25} \ln |x+2| + \frac{27}{25} \ln |x-3| + C$$

Aufgabe 5

$$V = 203 \text{ cm}^3$$

Aufgabe 6

$$f(x) = e^2 \left[4 + 8(x-2) + 7(x-2)^2 + \frac{11}{3}(x-2)^3 + \dots \right]$$

Aufgabe 7

$$y = 1.189 \left(1 + \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{128}x^4 + \frac{7}{1024}x^6 + \dots \right)$$

Aufgabe 8

$$I = 0.1816 \cdot 10^{-6}$$