

Aufgabe A.1

a)
$$\bar{z} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

b)
$$\bar{y} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -7 \\ -3 & -2 & -5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -7 \\ -8 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe A.2

$$\bar{C} = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 8 & -2 & -5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -3 & 5 \\ 9 & -2 & 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe A.3

a)
$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$
 b)
$$\bar{B} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 5 & -6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe A.4

Berechnen Sie mit Hilfe von Rechenregeln und Unterdeterminanten det $(\bar{A})$.

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 5 & 0 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe A.5

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \bar{A}^T = ?$$

Aufgabe A.6

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 5 & 10 \end{pmatrix}$$

Aufgabe A.7

Gegeben sind die Gleichungssysteme:

A) $11x_1 + 7x_2 = 6$ $5x_1 + 3x_2 = 4$

B) $kx + cy = a$ $bx + my = b$

C) $4x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 4$ $-3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 20$ $-2x_1 - x_2 + x_3 = 1$

D)
$$\begin{pmatrix} a & 2b & 1 \\ 0 & b & 1 \\ a & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Formen Sie die oberen Gleichungssysteme in die Matrizen-Schreibweise $\bar{A} * \bar{x} = \bar{k}$ um.

Geben Sie $\bar{A}$, $\bar{x}$ und $\bar{k}$ an.

b) Berechnen Sie die adjungierte Matrix $\bar{A}_{adj}$.

c) Berechnen Sie die Determinante $\det(\bar{A})$.

d) Transponieren Sie die adjungierte Matrix $\bar{A}_{adj}$.

e) Geben Sie die inverse Matrix $\bar{A}^{-1}$.

f) Berechnen Sie den Vektor $\bar{x}$.

g) Berechnen Sie zur Kontrolle $\bar{A} * \bar{x}$ und $\bar{A}^{-1} * \bar{A}$.

Aufgabe A.8

Berechnen Sie mit Hilfe der Cramer-Regel den Wert x_2 .

a) $5x_1 + 7x_2 = 8$ $6x_1 + 8x_2 = 14$

b)
$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 0 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix}$$
 d)
$$\begin{pmatrix} 4 & 8 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & -5 & 0 \\ -2 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe B.1

Gegeben sind die folgenden Gleichungssysteme, berechnen Sie die Lösungen mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 \\ -3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 20 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} -2 & 4 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & 5 & 2 \\ 5 & -3 & 8 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & 5 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} -2 & 4 & 4 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 5 & 2 & 2 \\ 5 & -3 & 8 & 7 & 8 \\ 4 & -8 & 2 & 5 & 10 \\ 2 & 1 & 5 & 2 & -6 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 3 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix}$$

Aufgabe B.2

Gegeben sind die folgenden Matrizen, berechnen Sie die inversen Matrizen mit Hilfe des Gauß'schen Algorithmus.

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 3 \\ -3 & 5 & 7 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 4 & 1 \\ 3 & -2 & 5 & 2 \\ 5 & -3 & 8 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe B.3

Führen Sie die folgenden Vektoroperationen aus:

$$\text{a) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{b} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \vec{c} = 5 \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + 6 \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \vec{d} = 5 \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} - 6 \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe B.4

Führen Sie die folgenden Vektoroperationen aus:

$$\text{a) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{d) } \vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe B.5

Berechnen Sie den Betrag der folgenden Vektoren:

$$\text{a) } \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{b) } \vec{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Aufgabe C.1

Gegeben sind die zwei Vektoren:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Man zeichne die Vektoren in die x-y-Ebene
- Die Vektoren $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ und $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ sind zu berechnen. Die Addition und Subtraktion ist in der x-y-Ebene graphisch zu verdeutlichen.
- Folgende Vektoren sind zu bestimmen:
 $\vec{c}_1 = 2 \cdot \vec{a}$ $\vec{c}_2 = 3 \cdot \vec{b} + 4 \cdot \vec{a}$
 $\vec{c}_3 = 7 \cdot \vec{a} - 8 \cdot \vec{b}$ $\vec{c}_4 = \vec{a} \cdot \vec{b}$ $\vec{c}_5 = \vec{a} \times \vec{b}$
- Die Projektion des Vektors $\vec{a}$ auf den Vektor $\vec{b}$ ist zu berechnen.
- Bestimmen Sie die Fläche des von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms unter der Annahme, daß die Werte in cm angegeben sind.

Aufgabe C.2

Man berechne die Fläche des Dreiecks in der x-y-Ebene mit den Eckpunkten:

$$\begin{aligned} P_A &= (x_A, y_A, 0) = (2 \text{ cm}, 1 \text{ cm}, 0) \\ P_B &= (x_B, y_B, 0) = (6 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 0) \\ P_C &= (x_C, y_C, 0) = (5 \text{ cm}, 3 \text{ cm}, 0) \end{aligned}$$

Aufgabe C.3

Gegeben sind die zwei Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ c \end{pmatrix}$$

Der Wert von c ist unter der Bedingung zu bestimmen, daß die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ senkrecht aufeinander stehen.

Aufgabe C.4

Die folgenden Gleichungen sind analytisch zu lösen. Sämtliche Lösungen sind anzugeben.

- $x^2 + 6x + 8 = 0$
- $x^2 - 6x + 8 = 0$
- $x^2 - 2x - 8 = 0$
- $x^2 + 2x - 8 = 0$
- $x^2 + 15x + 50 = 0$
- $x^2 - 14x + 48 = 0$
- $x^2 + 10x + 13 = 0$
- $x^2 + 6x + 7 = 0$

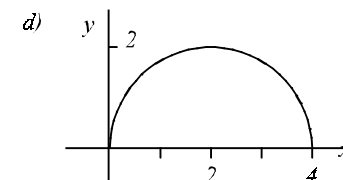
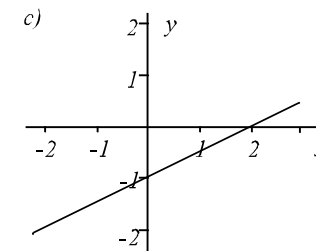
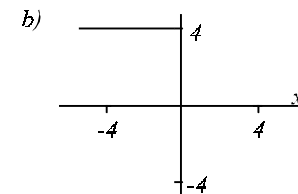
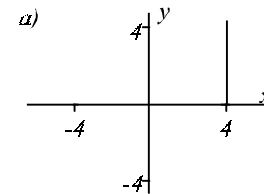
Aufgabe C.5

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- $y_G = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 + 8x + 7}{2x^2 + 6x + 13}$
- $y_G = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^3 + 8x + 2}{3x^3 + 18x^2 + 5}$
- $y_G = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 + 3x + 15}{2x^4 + 5x^2 + 3}$
- $y_G = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15x^4 + 3x^2 + 12}{3x^3 + 5x^2 + 4}$

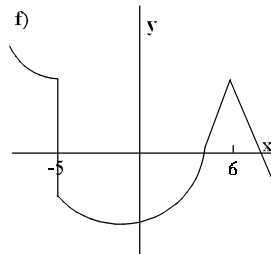
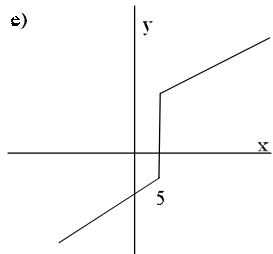
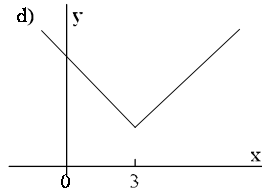
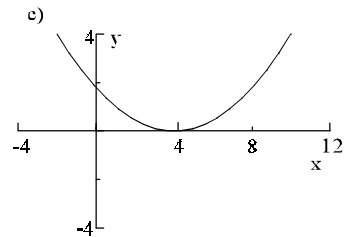
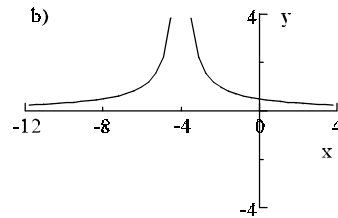
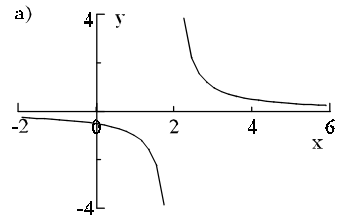
Aufgabe C.6

Bestimmen Sie grafisch (durch Einzeichnen in die folgenden Funktionsdarstellungen) die Umkehrfunktionen.



Aufgabe C.7

Die folgenden Funktionen sind auf Stetigkeit zu untersuchen. Geben Sie an, ob die Funktionen im gesamten Bereich stetig sind. Wenn im gesamten Bereich keine Stetigkeit vorhanden ist, geben Sie bitte die Unstetigkeitsstelle(n) an.



Aufgabe C.8

Bestimmen Sie die Umkehrfunktionen der folgenden Funktionen analytisch:

- a) $y = 3 + 7$ b) $y = a_1 \cdot x + a_0$ c) $y = x^2 + 6x + 6$

Aufgabe C.9

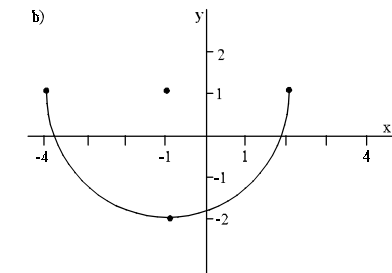
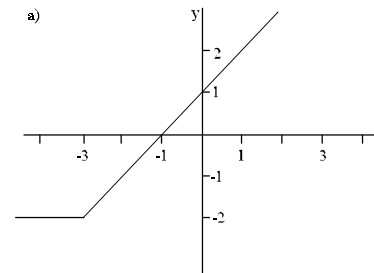
Verschieben Sie den Punkt $P_1 = (x_1, y_1) = (2, 5)$ um $\Delta P = (\Delta x, \Delta y) = (1, 2)$ im Koordinatensystem. Geben Sie die neuen Koordinaten P_2 an.

Aufgabe C.10

Das Koordinatensystem wird um $\Delta P = (\Delta x, \Delta y) = (1, 2)$ verschoben. Geben Sie die neuen Koordinaten P_2 des Punktes $P_1 = (x_1, y_1) = (2, 5)$ an.

Aufgabe C.11

Verschieben Sie grafisch die folgenden Funktion um $\Delta P = (\Delta x, \Delta y) = (5, 1)$.



Aufgabe

C.12

Verschieben Sie analytisch die folgenden Funktionen um $\Delta P = (\Delta x, \Delta y) = (3, 4)$. Geben Sie die neuen Funktionen an.

- a) $y = x$ b) $y = x^2$
c) $y = 3x^2 + 5x + 7$ d) $y = 3x^2 + 5x + 7$

Aufgabe C.13

Das Koordinatensystem wird um $\Delta P = (\Delta x, \Delta y) = (3, 4)$ verschoben. Geben Sie die folgenden Funktion im neuen Koordinatensystem an.

- a) $y = x$ b) $y = x^2$
c) $y = 3x^2 + 5x + 7$ d) $3x^2 + 5x + 7$

Aufgabe C.14

Wie groß ist die Steigung der Geraden, die durch die Punkte $P_1 = (x_1, y_1) = (2, 5)$ und $P_2 = (x_2, y_2) = (6, 21)$ verläuft?

Aufgabe C.15

Berechnen Sie die Gerade in der Form $y = f(x)$, die durch die Punkte $P_1 = (x_1, y_1) = (2, 5)$ und $P_2 = (x_2, y_2) = (6, 21)$ verläuft nach der Methode

- a) Punkt-Richtungs-Form der Geraden
b) Zwei-Punkte-Form der Geraden
c) Ansatz Gleichungssystem

Aufgabe C.16

Die Gerade, die die Achsen bei $(x_1, y_1) = (0, 4)$ und $(x_2, y_2) = (6, 0)$ schneidet, ist in der Form $y = a_1x + a_0$ anzugeben. Man benutze die Achsenabschnitts-Formel.

Aufgabe C.17

Berechnen Sie den Schnittpunkt $P_s = (x_s, y_s)$ der beiden Geraden $y_1 = 2x + 3$ und $y_2 = -5x + 17$.

Aufgabe C.18

Berechnen Sie die Gerade in der Form $y = f(x)$, die durch die Punkte $P_1 = (x_1, y_1) = (-1, 7)$ und $P_2 = (x_2, y_2) = (5, -11)$ verläuft nach der Methode Punkt-Richtungs-Form der Geraden.

Aufgabe C.19

Die Gerade, die die Achsen bei $(x_1, y_1) = (0, 2)$ und $(x_2, y_2) = (-8, 0)$ schneidet, ist in der Form $y = a_1x + a_0$ anzugeben. Man benutze die Achsenabschnitts-Formel.

Aufgabe C.20

Die Normalparabel (2. Ordnung) die ihren Scheitelpunkt bei $P_s = (x_s, y_s) = (3, -4)$ hat ist in der Form $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ anzugeben und zu skizzieren.

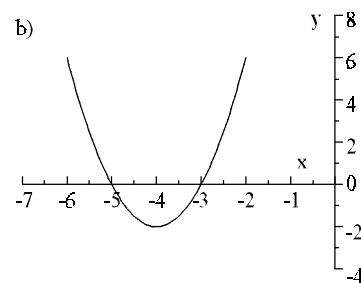
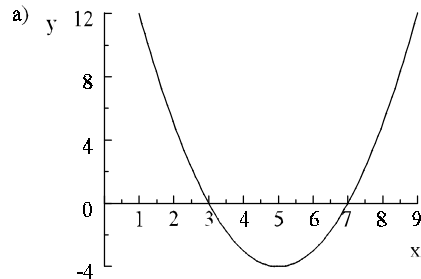
Aufgabe C.21

Die folgenden Funktionen sind in der Form $y = y_s + a_2*(x - x_s)^2$ zu berechnen und anschließend zu skizzieren.

a) $y = x^2 + 4x - 12$ b) $y = 3x^2 - 6x - 24$

Aufgabe C.22

Die folgenden Funktionen sind in der Form $y = y_s + a_2*(x - x_s)^2$ zu bestimmen und anschließend in der Form $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$ anzugeben.



Aufgabe C.23

Die folgenden Funktionen sind in Linear-Faktoren der Form $y = a_2*(x - x_1)*(x - x_2)$ zu berechnen und anschließend zu skizzieren.

a) $y = x^2 + 4x - 12$ b) $y = 3x^2 - 6x - 24$

Aufgabe C.22

Berechnen Sie den Schnittpunkt der folgenden Funktionen:

a) $y_1 = 3x^2 + 8x - 80$ $y_2 = 2x^2 + 4x - 20$

b) $y_1 = x^2 + 4x - 5$ $y_2 = x^2 - 8x + 19$

Aufgabe C.23

Berechnen Sie die Parabel die durch die folgenden Punkte verläuft. Bestimmen Sie die Scheitelpunkte der Parabel. Man berechne die Nullstellen der Funktion.

a) $P_1 = (x_1, y_1) = (-1, 15)$ b) $P_1 = (x_1, y_1) = (-2, 18)$
 $P_2 = (x_2, y_2) = (0, 8)$ $P_2 = (x_2, y_2) = (0, 10)$
 $P_3 = (x_3, y_3) = (1, 3)$ $P_3 = (x_3, y_3) = (2, 14)$

c) $P_1 = (x_1, y_1) = (3, 15)$ d) $P_1 = (x_1, y_1) = (2, 18)$
 $P_2 = (x_2, y_2) = (4, 8)$ $P_2 = (x_2, y_2) = (4, 10)$
 $P_3 = (x_3, y_3) = (5, 3)$ $P_3 = (x_3, y_3) = (6, 14)$

Aufgabe C.24

Die Parabel 3.Ordnung die durch die Punkte

$P_1 = (x_1, y_1) = (0, 4)$ $P_2 = (x_2, y_2) = (1, 4)$
 $P_3 = (x_3, y_3) = (2, 4)$ $P_4 = (x_4, y_4) = (3, -2)$

verläuft ist in der Form

$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$ anzugeben

Aufgabe C.25

Die Parabel 4.Ordnung die durch die Punkte

$P_1 = (x_1, y_1) = (-2, -44)$ $P_2 = (x_2, y_2) = (-1, -3)$
 $P_3 = (x_3, y_3) = (0, 20)$ $P_4 = (x_4, y_4) = (1, 13)$
 $P_5 = (x_5, y_5) = (2, -12)$

verläuft ist in der Form

$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$ anzugeben

Aufgabe D.1

Die folgenden Funktionswerte sind mit Hilfe des Horner-Schemas zu berechnen.

- a) $y(x) = x^3 - 8x^2 + 4x - 20$ $y(x=3) = ?$
 b) $y(x) = 2x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 2x + 5$ $y(x=2) = ?$
 c) $y(x) = 3x^4 - 20x^2 + 8x - 6$ $y(x=-2) = ?$
 d) $y(x) = 5x^5 + 3x^3 - 2x^2$ $y(x=-2) = ?$

Aufgabe D.2

Die folgenden Funktionen sind so umzuformen, daß weniger Multiplikationen notwendig werden.

- a) $y(x) = x^3 - 8x^2 + 4x - 20$ b) $y(x) = 2x^5 - 3x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 5x - 10$

Aufgabe D.3

Die folgenden Polynom-Divisionen sind mit Hilfe des Horner-Schemas und zur Probe auch manuell auszuführen.

- a) $y(x) = \frac{2x^3 - 8x^2 + 4x - 20}{x - 3}$
 b) $y(x) = \frac{2x^3 - 8x^2 + 4x - 20}{x + 2}$
 c) $y(x) = \frac{x^5 + 8x^4 - 20x^3 + 2x^2 - 3}{x - 2}$
 d) $y(x) = \frac{2x^3 - 8x^2 + 4x - 20}{x^2 + 6x + 8}$
 e) $y(x) = \frac{x^5 + 8x^4 - 20x^3 + 2x^2 - 3}{x^2 - x - 3}$

Aufgabe D.4

Die folgenden Funktionen sind mit Hilfe des Horner-Schemas in Potenzen von $(x+a)$ darzustellen.

- a) gegeben: $y = x^3 + 6x^2 - 10x + 20$
 gesucht: $y = a_3 \cdot (x+3)^3 + a_2 \cdot (x+3)^2 + a_1 \cdot (x+3) + a_0$
 b) gegeben: $y = 2x^4 - 10x^3 + 8x^2 - 16x - 20$
 gesucht: $y = a_4 \cdot (x-3)^4 + a_3 \cdot (x-3)^3 + a_2 \cdot (x-3)^2 + a_1 \cdot (x-3) + a_0$

Aufgabe D.5

Die folgenden Berechnungen sind mit Hilfe des Horner-Schemas auszuführen.

- a) gegeben: $y = 2 \cdot (x-4)^2 - 3 \cdot (x-8) + 5$
 gesucht: $y = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$

- b) gegeben: $y = 3 \cdot (x-1)^3 + 8 \cdot (x-1)^2 - 3 \cdot (x-1) + 5$
 gesucht: $y = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$
 c) gegeben: $y = 2 \cdot (x+2)^4 - 10 \cdot (x+2)^3 + 8 \cdot (x+2) + 18$
 gesucht: $y = a_4 \cdot x^4 + a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$
 d) gegeben: $y = 5 \cdot (x+2)^3 + 6 \cdot (x+2)$
 gesucht: $y = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$

Aufgabe D.6

Berechnen Sie die Parabel, die durch die gegebenen 3 Punkte verläuft. Die Verschiebungsaktionen sind mit Hilfe des Horner-Schemas auszuführen.

- a) $P_1 = (x_1, y_1) = (2, 6)$ $P_2 = (x_2, y_2) = (4, 12)$ $P_3 = (x_3, y_3) = (6, 24)$
 b) $P_1 = (x_1, y_1) = (-3, 5)$ $P_2 = (x_2, y_2) = (-5, 8)$ $P_3 = (x_3, y_3) = (-7, 17)$

Aufgabe D.7

Geben Sie an, welche der folgenden Funktionen echt gebrochen rationale Funktionen sind und welche unecht gebrochen sind.

- a) $y = \frac{x^3 + 7x + 8}{x^2 + 2}$ b) $y = \frac{x^2 + 2}{x^3 + 7x + 8}$
 c) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ d) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$
 e) $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ f) $y = \frac{x^2 + 1}{2x}$

Aufgabe D.8

Für die folgenden Funktionen sind Nullstellen, Pole und Lücken anzugeben.

- a) $y = \frac{(x+2)(x+3)(x+4)}{(x-2)(x+3)(x-4)}$ b) $y = \frac{(x+2)(x+3)(x+3)}{(x+2)(x+3)(x+3)}$
 c) $y = \frac{(x-4)(x-3)(x+5)(x+11)}{(x+3)(x+3)(x-7)(x-11)}$
 d) $y = \frac{x-2}{(x+2)(x+5)(x+3)}$
 e) $y = \frac{x^2 - x - 20}{x^2 + 5x + 6}$

Aufgabe D.9

Die Asymptoten (Grenzwert gegen ∞) der folgenden Funktionen sind zu bestimmen.

a) $y = \frac{x^2 + 5x + 7}{x - 2}$

b) $y = \frac{x^3 + 5x^2 + 8x - 20}{x^4 + 8}$

c) $y = \frac{6x^2 + 3x + 7}{2x^2 + 5x - 8}$

d) $y = \frac{2x^5 - 8x^3 + 6x - 18}{x - 6x + 8}$

Aufgabe D.10

Schätzen von den folgenden Funktionen den ungefähren Verlauf bei $x = 0$ ab.

a) $y = \frac{x^2}{3 + x^2}$

b) $y = \frac{x}{2 + 3x + x^2}$

c) $y = \frac{1}{2 + x^2}$

d) $y = \frac{x}{x^2 - 2}$

Aufgabe D.9

Skizzieren Sie den ungefähren Verlauf der folgenden Funktionen.

a) $y = -\frac{2}{x}$

b) $y = -0.5 \frac{1}{x^2}$

c) $y = \frac{1}{x + 3}$

d) $y = \frac{1}{x - 2}$

e) $y = \frac{1}{(x + 3)(x - 2)}$

f) $y = \frac{2}{1 + x^2}$

Aufgabe D.12

Skizzieren Sie den Verlauf der folgenden Funktionen. Berücksichtigen Sie Asymptoten, Polynomdivisionen, Pole und Verhalten bei $x = 0$.

a) $y = \frac{2x^2 + 5x - 7}{x + 2}$

b) $y = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$

c) $y = \frac{3x}{2x^2 + 5}$

d) $y = \frac{3x^3 + 2x + 7}{x - 4}$

Aufgabe D.13

In dem unteren Koordinatensystem sind die nachstehenden Funktionen dargestellt. Kennzeichnen Sie welche Funktion welche ist.

$y_1 = x^3$

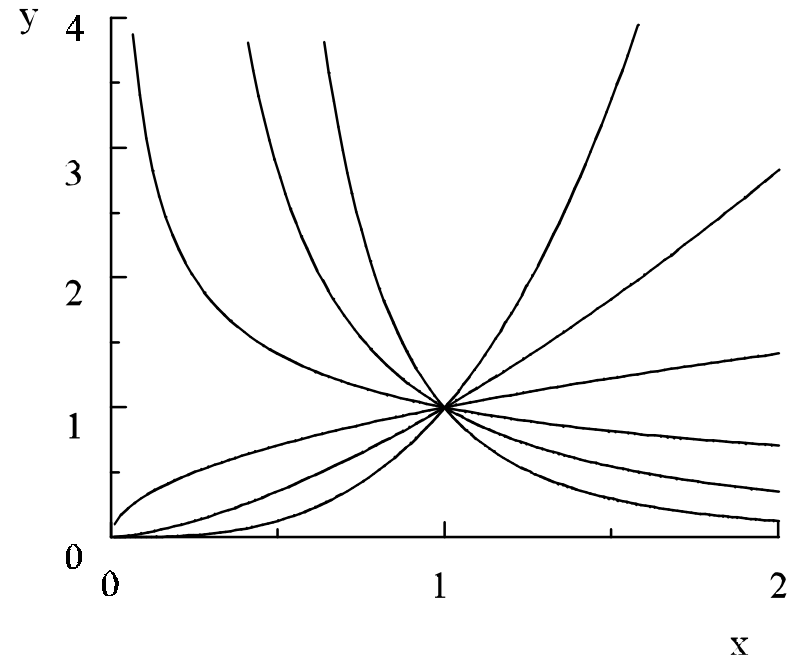
$y_2 = x^{1.5}$

$y_3 = x^{0.5}$

$y_4 = x^{-3}$

$y_5 = x^{-1.5}$

$y_6 = x^{-0.5}$



Aufgabe E.1

Die folgenden impliziten Funktionen sind zu analysieren und in der x-y- Ebene zu skizzieren. Um welche Art von Funktion handelt es sich jeweils?

- a) $16x^2 + 96x + 9y^2 - 72y - 288 = 0$
- b) $-16x^2 - 96x + 9y^2 - 72y - 576 = 0$
- c) $16x^2 + 96x - 9y^2 + 72y - 576 = 0$

Aufgabe E.2

Rechnen Sie um in Bogenmaß.

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| a) $\varphi_1 = 90^\circ$ | b) $\varphi_2 = 180^\circ$ |
| c) $\varphi_3 = 360^\circ$ | d) $\varphi_4 = 720^\circ$ |
| e) $\varphi_5 = 270^\circ$ | f) $\varphi_6 = 45^\circ$ |
| g) $\varphi_7 = 135^\circ$ | h) $\varphi_8 = 60^\circ$ |
| i) $\varphi_9 = 30^\circ$ | j) $\varphi_{10} = 120^\circ$ |

Aufgabe E.3

Rechnen Sie um in Grad.

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| a) $\varphi_1 = \pi/4$ | b) $\varphi_2 = \pi/2$ |
| c) $\varphi_3 = \pi/3$ | d) $\varphi_4 = \pi/6$ |
| e) $\varphi_5 = \pi$ | f) $\varphi_6 = 2\pi$ |
| g) $\varphi_7 = 3\pi$ | h) $\varphi_8 = 2/3\pi$ |
| i) $\varphi_9 = 3/2\pi$ | j) $\varphi_{10} = 5/2\pi$ |

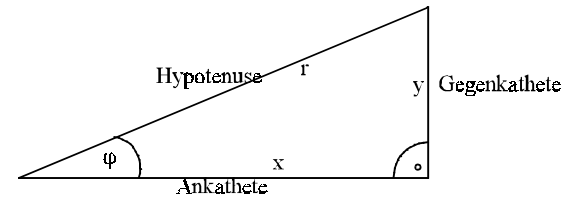
Aufgabe E.4

Berechnen Sie die Länge des Kreisbogens.

- a) $R = 2 \text{ cm}$ $\varphi = 30^\circ$
- b) $R = 5 \text{ m}$ $\varphi = 45^\circ$

Aufgabe E.5

Gegeben Sie die Definitionen an:



$$\sin(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{y}{r}$$

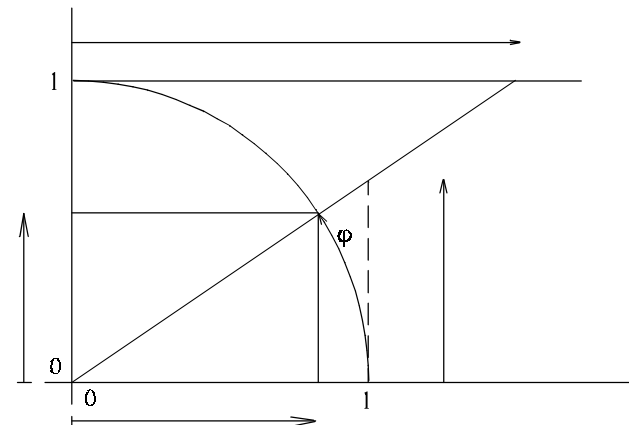
$$\cos(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{x}{r}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{y}{x}$$

$$\cot(\varphi) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{x}{y}$$

Aufgabe E.6

Kennzeichnen Sie am unten dargestellten Einheitskreis die Strecken für $\sin(\varphi)$, $\cos(\varphi)$, $\tan(\varphi)$ und $\cot(\varphi)$.



Aufgabe E.7 (ohne Unterlagen und Rechner)

Füllen Sie die folgende Tabelle ohne die Hilfe von Unterlagen und Rechner aus.

φ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	145°	150°
$\sin(\varphi)$								
$\cos(\varphi)$								
$\tan(\varphi)$								

φ	180°	225°	270°	315°	360°	-45°	-90°
$\sin(\varphi)$							
$\cos(\varphi)$							
$\tan(\varphi)$							

Aufgabe E.8 (ohne Unterlagen)

Geben Sie mit Hilfe des Satzes von Pythagoras den Zusammenhang zwischen $\sin(\varphi)$ und $\cos(\varphi)$ an.

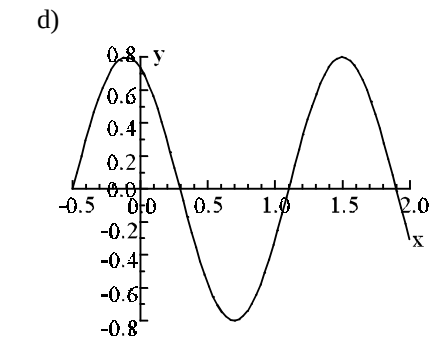
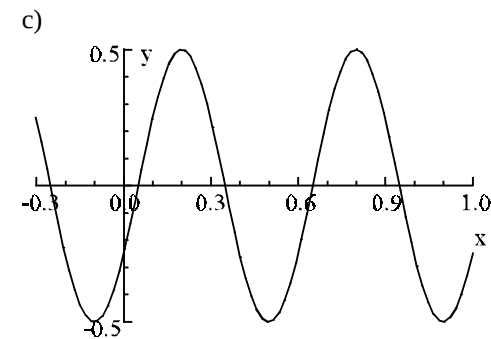
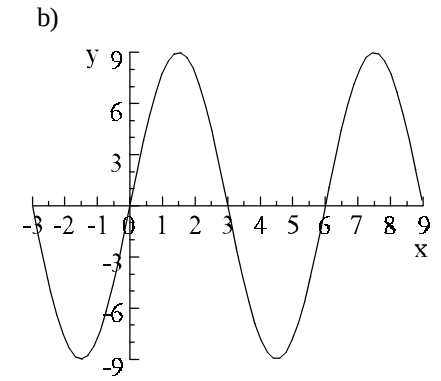
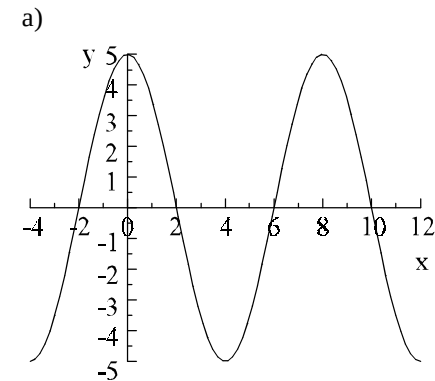
Aufgabe E.9 (ohne Unterlagen)

Skizzieren Sie die folgenden Funktionen.

- | | |
|---|---|
| a) $y_1 = 3 \cdot \cos(x)$ | b) $y_2 = 6 \cdot \sin(x)$ |
| c) $y_3 = \cos(x+90^\circ)$ | d) $y_4 = \cos(x-90^\circ)$ |
| e) $y_5 = \sin(x+90^\circ)$ | f) $y_6 = \sin(x-90^\circ)$ |
| g) $y_7 = \sin(x+180^\circ)$ | h) $y_8 = \sin(x-180^\circ)$ |
| i) $y_9 = \cos(2x)$ | j) $y_{10} = \sin(3x)$ |
| k) $y_{11} = \cos(x/2)$ | l) $y_{12} = \sin(x/3)$ |
| m) $y_{13} = 10 \cdot \cos\left(2\pi \frac{x}{10}\right)$ | n) $y_{14} = 5 \cdot \sin\left(2\pi \frac{x}{2}\right)$ |
| o) $y_{15} = 7 \cdot \cos\left(2\pi \frac{x-3}{8}\right)$ | p) $y_{16} = 0.5 \cdot \sin\left(2\pi \frac{x+0.5}{0.2}\right)$ |

Aufgabe E.10 (ohne Unterlagen)

Geben Sie für die dargestellten Funktionen den Verlauf $y(x)$ an.



Aufgabe E.11 (ohne Unterlagen)

Rechnen Sie die folgenden Ausdrücke um in Funktionen mit "sin" und "cos" Termen ohne Verschiebungsanteil.

- | | |
|------------------------------------|------------------------------------|
| a) $y_1 = \cos(x+90^\circ)$ | b) $y_2 = \cos(x-90^\circ)$ |
| c) $y_3 = \sin(x+90^\circ)$ | d) $y_4 = \sin(x-90^\circ)$ |
| e) $y_5 = \cos(x+180^\circ)$ | f) $y_6 = \sin(x+180^\circ)$ |
| g) $y_7 = \cos(x-180^\circ)$ | h) $y_8 = \sin(x-180^\circ)$ |
| ii) $y_9 = \cos(x+360^\circ)$ | j) $y_{10} = \sin(x-360^\circ)$ |
| k) $y_{11} = \cos(x-270^\circ)$ | l) $y_{12} = \sin(x+270^\circ)$ |
| m) $y_{13} = \cos[2(x+180^\circ)]$ | n) $y_{14} = \sin[2(x-180^\circ)]$ |
| o) $y_{15} = \sin(3x+90^\circ)$ | p) $y_{16} = \cos(4x+180^\circ)$ |

Aufgabe E.12

(ohne Unterlagen)

Die folgenden Ausdrücke sind zu vereinfachen.

a) $y = \tan(\varphi) \cdot \cos(\varphi)$ b) $y = \frac{1}{1 + \tan^2(x)}$

b) $y = \frac{1 + \cot^2(x)}{\sin(x)}$ d) $y = \frac{\cot(x) \cdot \tan^2(x)}{\cos(x)}$

Aufgabe E.13

(ohne Unterlagen)

Skizzieren Sie die Hauptwerte der folgenden Funktionen.

a) $y_1 = \arccos(x)$ b) $y_2 = \arcsin(x)$
c) $y_3 = \arctan(x)$ d) $y_4 = \operatorname{arccot}(x)$

Aufgabe E.14

(ohne Unterlagen und Rechner)

Bestimmen Sie die Hauptwerte der folgenden Funktionen ohne die Hilfe von Unterlagen und Rechner.

x	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	-0.5	0	0.5	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arccos(x)$									
$\arcsin(x)$									

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$\arctan(x)$									
$\operatorname{arccot}(x)$									

Aufgabe E.15

(ohne Unterlagen)

Die Funktion $y = \pi/2 - \arccos(x)$

ist durch eine andere (einfachere) Funktion zu beschreiben. Die Arbeitsschritte im Detail:

- a) Skizzieren der Hauptwerte von: $y_1 = \arccos(x)$
b) Negieren von y_1 : $y_2 = y_1 = -\arccos(x)$
c) $\pi/2$ addieren: $y_3 = \pi/2 + y_2 = \pi/2 - \arccos(x) = y$
d) Die Funktion y mit Hilfe anderer (bekannter) Funktion angeben.

Aufgabe E.16

(ohne Unterlagen)

Die Hauptwerte der folgenden Funktionen sind durch einfachere Funktionen zu beschreiben. Vorgehensweise analog zu Aufgabe E.15.

a) $y = \frac{3}{2}\pi - \arcsin(x)$ b) $y = \frac{\pi}{2} + \arccos(x)$
c) $y = \frac{\pi}{2} + \arctan(x)$ d) $y = \frac{3}{2}\pi - \arctan(x)$

Aufgabe E.17

(ohne Unterlagen)

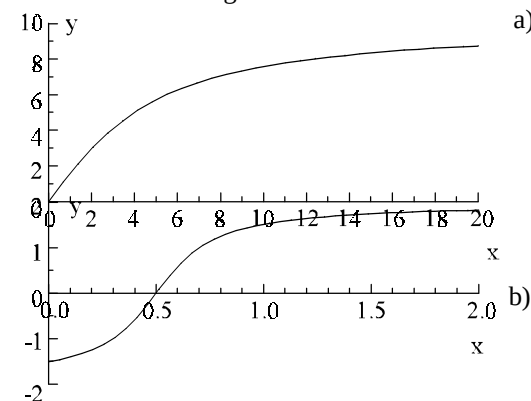
Skizzieren Sie folgenden Funktionen:

a) $y = 5 * \frac{2}{\pi} * \arctan\left(\frac{x}{5}\right)$ b) $y = 3 * \frac{2}{\pi} * \arctan\left(\frac{x-6}{8}\right)$

Aufgabe E.18

(ohne Unterlagen)

Geben Sie für die dargestellten arctan-Funktionen den Verlauf y(x) an.

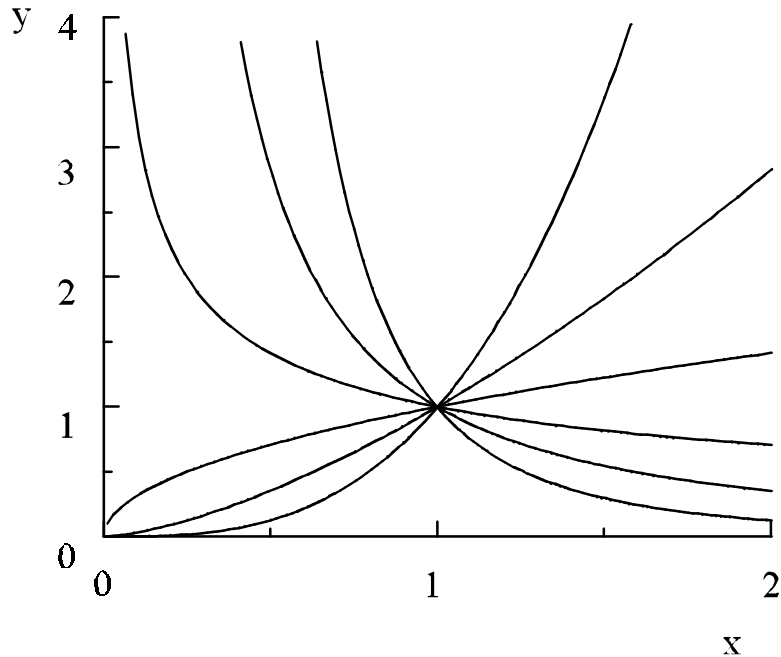


Aufgabe E.19

(ohne Unterlagen)

In dem unteren Koordinatensystem sind die nachstehenden Funktionen dargestellt. Kennzeichnen Sie, welche Funktion welche ist.

$$\begin{array}{lll} y_1 = e^{2x} & y_2 = e^x & y_3 = e^{0.5x} \\ y_4 = e^{-2x} & y_5 = e^{-x} & y_6 = e^{-0.5x} \end{array}$$



Aufgabe E.20

(ohne Unterlagen)

Vereinfachen Sie die folgenden Funktionen:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & y_1 = 3^5 \cdot x^5 \\ \text{b)} & y_2 = \frac{x^7}{2^7} \\ \text{c)} & y_2 = (x^2)^5 \\ \text{d)} & y_4 = \sqrt[4]{(x^2)^6} \\ \text{e)} & y_5 = \frac{e^{6x} \cdot e^{-8x}}{e^{-4x}} \\ \text{f)} & y_6 = \sqrt[3]{\frac{a^x \cdot a^{2x}}{a^{-5x} \cdot a^{8x}}} \end{array}$$

$$\text{g)} \quad y_7 = \frac{12x^{10}}{x^6 + \frac{1}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2}}}$$

$$\text{h)} \quad y_8 = e^{3 \cdot \ln(x)}$$

$$\begin{array}{l} \text{i)} \quad y_9 = \ln[3 \cdot e^x] \\ \text{l)} \quad y_{11} = \ln(10x) - \ln(2x) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{k)} \quad y_{10} = \ln(3x) + \ln(5x) \\ \text{m)} \quad y_{12} = 5 \ln(x) + 3 \ln(x) - 6 \ln(x) \end{array}$$

$$\text{n)} \quad y_{13} = \ln(x) + \ln(3x) - \ln(a) - 3 \ln(x^2)$$

$$\text{o)} \quad y_{14} = \exp\left\{\frac{\ln(x)}{n}\right\}$$

$$\text{p)} \quad y_{15} = \exp\{n \cdot \ln(x)\}$$

$$\text{o)} \quad y_{16} = \ln \frac{(x+7)(x+5)}{(x-2)(x-3)}$$

Aufgabe E.21

(ohne Unterlagen)

Berechnen Sie die folgenden Funktionen nur mit Hilfe von e-Funktionen und ln-Funktionen.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & y = x^8 \\ \text{b)} & y = 6^x \\ \text{c)} & y = \log_2(x) \\ \text{d)} & y = \log_{10}(x) \\ \text{e)} & y = \lg(x) \\ \text{f)} & y = \lg(x) \end{array}$$

Aufgabe E.22

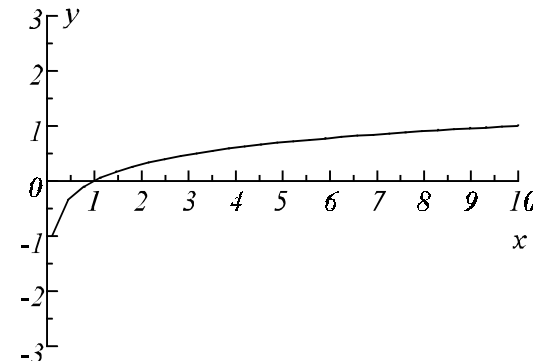
(ohne Unterlagen)

Im folgenden Diagramm ist die Funktion

$$y_1 = \lg(x)$$

dargestellt. Skizzieren Sie die Funktionen

$$\begin{array}{ll} y_2 = \lg(10x) & y_3 = \lg(100x) \\ y_4 = \lg(0.1x) & y_5 = \lg(0.01x) \end{array}$$



Aufgabe E.23

(ohne Unterlagen)

Geben Sie die folgenden Werte an.

- a) $y_1 = \sinh(x=0)$ b) $y_2 = \cosh(x=0)$
c) $y_3 = \tanh(x=0)$ d) $y_4 = \coth(x=0)$

Aufgabe E.24

(ohne Unterlagen)

Skizzieren Sie die Funktionen:

- a) $y_1 = \cosh(x)$ b) $y_2 = \sinh(x)$
c) $y_3 = \tanh(x)$ d) $y_4 = \coth(x)$

mit Hilfe der drei Werte

- a) und b) $y(x=0)$, $y(x=1)$ und $y(x=2)$
c) und d) $y(x=0)$, $y(x=1)$ und $y(x=\infty)$

Aufgabe E.25

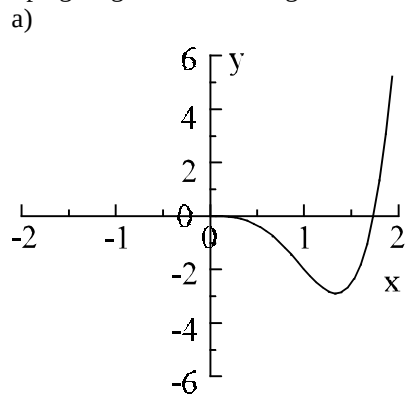
Geben Sie die Asymptoten für große x an.

- a) $y_{A1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \{\cosh(x)\}$ b) $y_{A2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \{\sinh(x)\}$
c) $y_{A3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \{\tanh(x)\}$ d) $y_{A4} = \lim_{x \rightarrow \infty} \{\coth(x)\}$

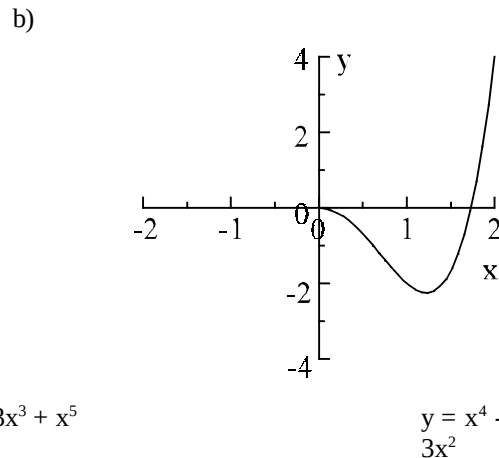
Aufgabe E.26

(ohne Unterlagen)

Vervollständigen Sie die folgenden Funktionen für negative Funktionswerte mit Hilfe der Spiegeleigenschaften für gerade und ungerade Funktionen.

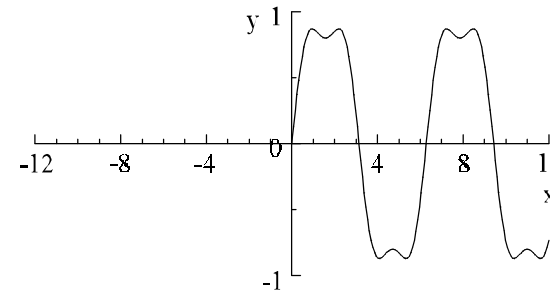


$$y = -3x^3 + x^5$$



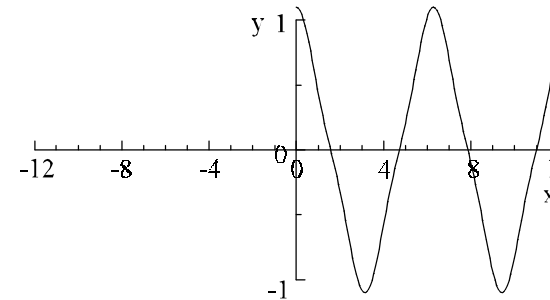
$$y = x^4 - 3x^2$$

c)



$$y = \sin(x) + 0.2 \cdot \sin(3x)$$

d)



$$y = \cos(x) + 0.1 \cdot \cos(3x)$$

Aufgabe E.27

(ohne Unterlagen)

Stellen Sie die folgenden Potenzfunktionen im doppelt logarithmischen Maßstab in einem Diagramm dar.

- b) $y = x$ b) $y = x^2$
c) $y = \frac{1}{x}$ d) $y = \frac{1}{x^2}$

Aufgabe E.28

(ohne Unterlagen)

Stellen Sie die folgenden Potenzfunktionen im doppelt logarithmischen Maßstab in einem Diagramm dar.

- a) $y = \frac{x}{10}$ b) $y = \frac{x}{0.1}$
c) $y = \frac{x}{1000}$ d) $y = \frac{x}{0.01}$

Aufgabe E.29

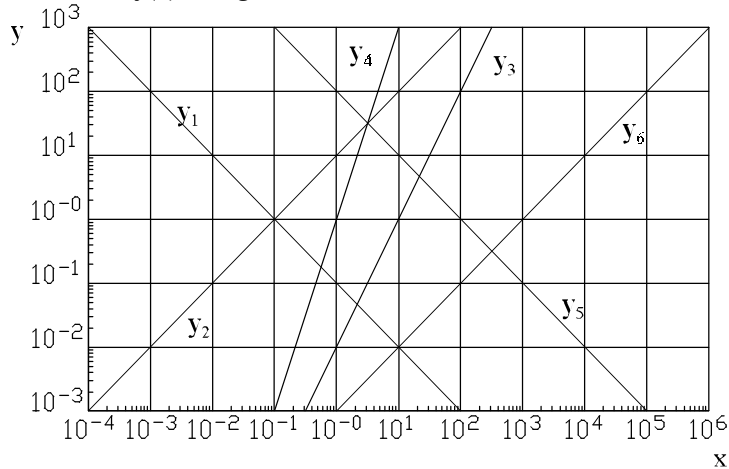
(ohne Unterlagen)

Stellen Sie die folgenden Potenzfunktionen im doppelt logarithmischen Maßstab in einem Diagramm dar.

- a) $y = x$ b) $y = 10x$
c) $y = 100x$ d) $y = 0.1x$

Aufgabe E.30

Für die im folgenden Diagramm doppelt logarithmischen dargestellten Funktionen sind die Ausdrücke $y(x)$ anzugeben.



Aufgabe E.31

Stellen Sie die folgenden Funktionen im doppelt logarithmischen Maßstab dar.

- a) $y_1 = \frac{x/100}{\sqrt{1 + \left(\frac{x}{100}\right)^2}}$ b) $y_2 = 100 * \sqrt{\left(\frac{x}{10}\right)^2 + 1}$
c) $y_3 = \frac{1000}{\sqrt{\left(\frac{x}{0.1}\right)^2 + 1}}$ d) $y_4 = 10 \frac{\sqrt{\left(\frac{x}{1000}\right)^2 + 1}}{x}$

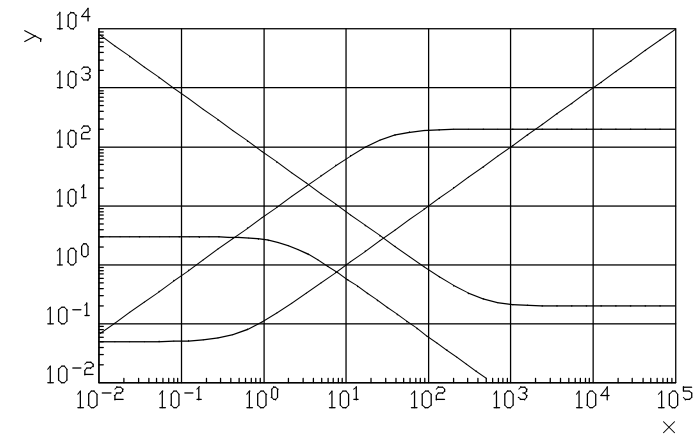
Aufgabe E.32

Stellen Sie die folgenden Funktionen im doppelt logarithmischen Maßstab dar.

- a) $y_1 = 20 * \sqrt{x^2 + 100}$ b) $y_2 = \frac{50}{\sqrt{x^2 + 0.01}}$
c) $y_3 = 40 * \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1000}}$

Aufgabe E.33

Für die im folgenden Diagramm doppelt logarithmischen dargestellt Funktionen sind die Ausdrücke $y(x)$ anzugeben.



Allgemeiner Hinweis: Bei allen Aufgaben des Abschnitts F sind als Taschenrechner-Funktionen nur die Grundrechenarten (“+”, “-”, “*”, “/”, “x^y” und “√”) sowie die Funktionen (“sin”, “cos” und “arctan”) zu benutzen. Komplexe Taschenrechner-Funktionen sollten nur zur Probe verwendet werden.

Aufgabe F.1

Berechnen Sie:

a) $z_1 = \sqrt{-16}$

b) $z_2 = \sqrt{-49}$

c) $z_3 = \sqrt{-121}$

d) $z_4 = \sqrt{-3}$

Aufgabe F.2

Stellen Sie in einer komplexen Ebene dar:

a) $z_1 = 2 + j4$

b) $z_2 = 2 - j4$

c) $z_3 = -2 + j4$

d) $z_4 = -2 - j4$

Aufgabe F.3

Stellen Sie in einer komplexen Ebene dar:

a) $z_1 = 3$

b) $z_2 = -5$

c) $z_3 = 2j$

d) $z_4 = 3/j$

Aufgabe F.4

Stellen Sie in einer komplexen Ebene dar:

a) $z_1 = 1*j$

b) $z_2 = 2*j^2$

c) $z_3 = 3*j^3$

d) $z_4 = 4*j^4$

Aufgabe F.5

Formen Sie in die kartesische Schreibweise um und stellen Sie in einer komplexen Ebene dar:

a) $z_1 = 10*e^{j30^\circ}$

b) $z_2 = 10*e^{-j30^\circ}$

c) $z_3 = 10*e^{j150^\circ}$

d) $z_4 = 10*e^{-j150^\circ}$

Aufgabe F.6

Die folgenden Zahlen sind in die Exponentialschreibweise umzuformen und in einer komplexen Ebene darzustellen:

a) $z_1 = 8 + j6$

b) $z_2 = 8 - j6$

c) $z_3 = -8 + j6$

d) $z_4 = -8 - j6$

Aufgabe F.7

Formen Sie in die kartesische Schreibweise um und stellen Sie in einer komplexen Ebene dar:

a) $z_1 = 5*\sqrt{2}*e^{j45^\circ}$

b) $z_2 = 5*\sqrt{2}*e^{-j45^\circ}$

c) $z_3 = 5*\sqrt{2}*e^{j135^\circ}$

d) $z_4 = 5*\sqrt{2}*e^{-j135^\circ}$

Aufgabe F.8

Die folgenden Zahlen sind in die Exponentialschreibweise umzuformen und in einer komplexen Ebene darzustellen:

a) $z_1 = 1 + j\sqrt{3}$

b) $z_2 = 1 - j\sqrt{3}$

c) $z_3 = -1 + j\sqrt{3}$

d) $z_4 = -1 - j\sqrt{3}$

Aufgabe F.9

Formen Sie in die kartesische Schreibweise um und stellen Sie in einer komplexen Ebene dar:

a) $z_1 = 5*e^{j90^\circ}$

b) $z_2 = 5*e^{-j90^\circ}$

c) $z_3 = 5*e^{j180^\circ}$

d) $z_4 = 5*e^{-j360^\circ}$

Aufgabe F.10

Die folgenden Zahlen sind in die Exponentialschreibweise umzuformen und in einer komplexen Ebene darzustellen:

a) $z_1 = 5*j$

b) $z_2 = -4$

c) $z_3 = -3*j$

d) $z_1 = 2$

Aufgabe F.11

$z_1 = 2 + j5$

$z_2 = -2 + j4$

$z_3 = -6 - j5$

Berechnen Sie:

a) $z_a = z_1 + z_2$

b) $z_b = z_1 + z_3$

c) $z_c = z_2 + z_3$

d) $z_d = z_1 + z_2 + z_3$

e) $z_e = z_1 - z_2$

f) $z_f = z_1 - z_3$

g) $z_g = z_2 - z_3$

h) $z_h = z_1 + z_2 + z_3$

Aufgabe F.12

$$z_1 = 3 \cdot e^{j35^\circ} \quad z_2 = 4 \cdot e^{j80^\circ} \quad z_3 = 5 \cdot e^{-j160^\circ}$$

Berechnen Sie:

a) $z_a = z_1 \cdot z_2$	b) $z_b = z_1 \cdot z_3$
c) $z_c = z_2 \cdot z_3$	d) $z_d = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$
e) $z_e = z_1 / z_2$	f) $z_f = z_1 / z_3$
g) $z_g = z_2 / z_3$	h) $z_h = z_1 / (z_2 / z_3)$

Aufgabe F.13

Bestimmen Sie die konjugiert komplexe Zahl $\bar{z}$ und stellen Sie z und z^* in jeweils einer komplexen Ebene dar.

a) $z_1 = 2 + j3$	b) $z_2 = 5 \cdot e^{j30^\circ}$
c) $z_3 = -4 + j3$	d) $z_4 = 3 \cdot e^{-j135^\circ}$

Aufgabe F.14

Berechnen Sie mit der Hilfe von "konjugiert komplex erweitern".

a) $z_1 = \frac{1}{3 + j4}$	b) $z_2 = \frac{1}{-6 + j8}$
c) $z_3 = \frac{1}{3 - j4}$	d) $z_4 = \frac{1}{-6 - j8}$

Aufgabe F.15

Berechnen Sie durch Ausmultiplizieren:

a) $z_1 = (2 + j3) \cdot (4 + j5)$	b) $z_2 = (-3 + j4) \cdot (-5 + j2)$
------------------------------------	--------------------------------------

Aufgabe F.16

Berechnen Sie mit der Hilfe von "konjugiert komplex erweitern".

a) $z_1 = \frac{2 + j3}{3 + j4}$	b) $z_2 = \frac{7 + j2}{6 - j8}$
----------------------------------	----------------------------------

Aufgabe F.17

Bestimmen Sie die Werte von u und v .

a) $2 + j3 = u + jv$	b) $\frac{10}{1 + j2} = 2u - j3v$
c) $3u - 5v + j(2u - 6v) = 24 - j16$	

Aufgabe F.18

Berechnen Sie ohne Hilfsmittel (Taschenrechner) in Exponentialform

a) $z_1 = (2 \cdot e^{j15^\circ})^{10}$	b) $z_2 = (3 \cdot e^{j10^\circ})^5$
c) $z_3 = (5 \cdot e^{j20^\circ})^4$	d) $z_4 = (10 \cdot e^{j15^\circ})^3$

Aufgabe F.19

Geben Sie ohne Hilfsmittel (Taschenrechner) die folgenden Ausdrücke in kartesischer Form an.

a) $z_1 = (\sqrt{2} \cdot e^{j45^\circ})^{12}$	b) $z_2 = (2 \cdot e^{j30^\circ})^6$
c) $z_3 = (2 \cdot e^{-j10^\circ})^9$	d) $z_4 = (\sqrt{2} \cdot e^{j15^\circ})^6$

Aufgabe F.20

Berechnen Sie mit Hilfe zweimaliger Transformation in kartesischer Form ($a + jb$).

a) $z_1 = (2 + j1)^9$	b) $z_2 = (-3 + j2)^7$
c) $z_3 = (4 - j2)^8$	d) $z_4 = (-0.6 - j0.8)^{-6}$

Aufgabe F.21

Berechnen Sie sämtliche Wurzeln ohne Hilfsmittel (Taschenrechner) in kartesischer Form.

a) $z_1 = \sqrt[4]{16}$	b) $z_2 = \sqrt[4]{-32}$
c) $z_3 = \sqrt[3]{8}$	d) $z_4 = \sqrt[3]{-64}$
e) $z_5 = \sqrt{-16}$	f) $z_6 = \sqrt{50j}$
g) $z_7 = \sqrt{-18j}$	h) $z_8 = \sqrt{36j}$

Aufgabe F.22

Berechnen Sie sämtliche Wurzeln in kartesischer Form.

a) $z_1 = \sqrt{4 + j8}$	b) $z_2 = \sqrt[3]{-3 + j2}$
c) $z_4 = \sqrt[4]{3 - j6}$	d) $z_4 = \sqrt[5]{-4 - j2}$

Aufgabe F.23

Geben Sie jeweils 3 Werte an.

a) $z_1 = \ln(5 + j7)$	b) $z_2 = \ln(-80 + j200)$
------------------------	----------------------------

Aufgabe F.24

Berechnen Sie für alle sechs t und stellen Sie in einer komplexen z_1 bis z_6 Ebene dar.

$$z_i = (1 + j2) + (1 - j0.5)t_i \quad t_i = t_1 \dots t_6 = -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

Allgemeiner Hinweis: Bei allen Aufgaben des Abschnitts G sind als Taschenrechner-Funktionen nur die Grundrechenarten (“+”, “-”, “*”, “/”, “x^y” und “√”) sowie die Funktionen (“sin”, “cos” und “arctan”) zu benutzen. Komplexe Taschenrechner-Funktionen sollten nur zur Probe verwendet werden.

Aufgabe G.1

Gegeben sind die Zahlen

$$\underline{z}_1 = -0.8 + j0.6 \quad \text{und} \quad \underline{z}_2 = 1.5 e^{j53.13^\circ}$$

a) Die Zahlen $\underline{z}_1$ und $\underline{z}_2$ sind in die jeweils andere Form umzurechnen.

b) Man berechne die Zahlen

b1) $\underline{z}_3 = \underline{z}_1 + \underline{z}_2$

b2) $\underline{z}_4 = \underline{z}_1 - \underline{z}_2$

b3) $\underline{z}_5 = \underline{z}_1 * \underline{z}_2$

b4) $\underline{z}_6 = \frac{1}{\underline{z}_2}$

b5) $\underline{z}_7 = \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}$

b6) $\underline{z}_8 = \sqrt{\underline{z}_2}$

b7) $\underline{z}_9 = \ln(\underline{z}_2)$

b6) $\underline{z}_9 = \sqrt[3]{\underline{z}_1}$

Für die Unterpunkte b1 bis b8 sind die Ausgangszahlen und das Ergebnis jeweils in eine Gaußsche Zahlenebene einzutragen.

Aufgabe G.2

Gegeben sind die Zahlen

$$\underline{z}_1 = 3 + j8 \quad \text{und} \quad \underline{z}_2 = -4 - j7$$

a) Die Zahlen $\underline{z}_1$ und $\underline{z}_2$ sind in die jeweils andere Form umzurechnen.

b) Man berechne die Zahlen

b1) $\underline{z}_3 = \underline{z}_1 + \underline{z}_2$

b2) $\underline{z}_4 = \underline{z}_1 - \underline{z}_2$

b3) $\underline{z}_5 = \underline{z}_1 * \underline{z}_2$

b4) $\underline{z}_6 = \frac{1}{\underline{z}_2}$

b5) $\underline{z}_7 = \frac{\underline{z}_1}{\underline{z}_2}$

b6) $\underline{z}_8 = \sqrt{\underline{z}_2}$

b7) $\underline{z}_9 = \ln(\underline{z}_2)$

b6) $\underline{z}_9 = \sqrt[3]{\underline{z}_1}$

Aufgabe G.3

Stellen Sie in verschiedenen komplexen Ebenen dar.

a) $\underline{z}_1(t) = (1 - j2) + (3 + j4)*t$ b) $\underline{z}_2(t) = (-20 + j5) + (2 - j4)*t$

c) $\underline{z}_3(t) = (-10 - j4) + (-3 + j6)*t$ d) $\underline{z}_4(t) = (-6 + j4) + (-4 - j5)*t$

Aufgabe G.4

Stellen Sie in **einer** komplexen Ebenen dar.

a) $\underline{z}_1(t) = 2 + j4*t$ $t = 0 \dots \infty$

b) $\underline{z}_2(t) = -4 + j3*t$ $t = 0 \dots \infty$

c) $\underline{z}_3(t) = 3t + j5$ $t = 0 \dots \infty$

d) $\underline{z}_4(t) = -4t - j2$ $t = 0 \dots \infty$

Aufgabe G.5

Invertieren Sie komplexen Halbgeraden aus Aufgabe G.4 und stellen Sie in komplexen Ebenen dar.

a) $\underline{w}_1(t) = \frac{1}{\underline{z}_1(t)} = \frac{1}{2 + j4*t}$ $t = 0 \dots \infty$

b) $\underline{w}_2(t) = \frac{1}{\underline{z}_2(t)} = \frac{1}{-4 + j3*t}$ $t = 0 \dots \infty$

c) $\underline{w}_3(t) = \frac{1}{\underline{z}_3(t)} = \frac{1}{3 + j5}$ $t = 0 \dots \infty$

d) $\underline{w}_4(t) = \frac{1}{\underline{z}_4(t)} = \frac{1}{-4t - j2}$ $t = 0 \dots \infty$

Aufgabe G.6

Stellen Sie in komplexen Ebenen dar.

a) $\underline{z}_1(t) = 0.5j*t$ $t = 0 \dots \infty$

b) $\underline{z}_2(t) = (1 + j2)*t$ $t = 0 \dots \infty$

Aufgabe G.7

Invertieren Sie komplexen Halbgeraden aus Aufgabe G.6 und stellen Sie in der gleichen komplexen Ebene dar.

a) $\underline{w}_1(t) = \frac{1}{\underline{z}_1(t)} = \frac{1}{0.5*t}$ $t = 0 \dots \infty$

b) $\underline{w}_2(t) = \frac{1}{\underline{z}_2(t)} = \frac{1}{(1 + j2)*t}$ $t = 0 \dots \infty$

Aufgabe G.8

$$\underline{w}(t) = 4 + 3j + \frac{1}{1 + jt} \quad t = 0 \dots \infty$$

- a) Stellen Sie die Ortskurve $\underline{z}_1(t)$ dar.

$$\underline{z}_1(t) = 1 + jt$$

- b) Stellen Sie die Ortskurve $\underline{z}_2(t)$ dar.

$$\underline{z}_2(t) = \frac{1}{\underline{z}_1(t)} = \frac{1}{1 + jt}$$

- c) Stellen Sie die Ortskurve $\underline{w}(t)$ dar.

$$\underline{w}(t) = 4 + 3j + \underline{z}_2(t) = 4 + 3j + \frac{1}{1 + jt}$$

- d) Kennzeichnen Sie bestimmte t-Werte.

Aufgabe G.9

$$\underline{w}(t) = -3 - 5j + 4j \frac{1}{1 + jt} \quad t = 0 \dots \infty$$

- a) Stellen Sie die Ortskurve $\underline{z}_1(t)$ dar.

$$\underline{z}_1(t) = 1 + jt$$

- b) Stellen Sie die Ortskurve $\underline{z}_2(t)$ dar.

$$\underline{z}_2(t) = \frac{1}{\underline{z}_1(t)} = \frac{1}{1 + jt}$$

- c) Stellen Sie die Ortskurve $\underline{z}_3(t)$ dar.

$$\underline{z}_3(t) = 4j * \underline{z}_2(t) = 4j \frac{1}{1 + jt}$$

- d) Stellen Sie die Ortskurve $\underline{w}(t)$ dar.

$$\underline{w}(t) = -3 - 5j + \underline{z}_3(t) = -3 - 5j + 4j \frac{1}{1 + jt}$$

- d) Kennzeichnen Sie bestimmte t-Werte.

Aufgabe G.10

Stellen Sie die folgenden Ortskurven dar. Vorgehensweise wie bei G.8 und G.9.

a) $\underline{w}(t) = -2 + 3j - 6j + \frac{1}{1 + 2jt}$

b) $\underline{w}(t) = 1 - j5 - 6 \frac{1}{1 + 0.5jt}$

Aufgabe G.11

Stellen Sie die folgenden Ortskurven dar. Erster Schritt: Polynomdivision. Zweiter Schritt: Gleiches Vorgehen wie bei G.8 und G.9.

a) $\underline{w}(t) = \frac{2 + j7 + (-4 + j2)*t}{1 + jt}$ b) $\underline{w}(t) = \frac{-3 + j + (-10 - j6)*t}{1 + j2t}$

c) $\underline{w}(t) = \frac{3 + 8j + (-18 + j6)*t}{1 + j3t}$ d) $\underline{w}(t) = \frac{-9 - 3j + (-15 - j25)*t}{1 + j5t}$

f) $\underline{w}(t) = \frac{-5 + j + (-2 + j4)*t}{1 + j2t}$

Aufgabe G.12

Von den folgenden Ortskurven ist der Betrag $r(t)$ und der Winkel $\varphi(t)$ in Abhängigkeit des Parameters t anzugeben.

gegeben: $\underline{z}(t)$ gesucht: $\underline{z}(t) = r(t) * e^{j\varphi(t)}$ $r(t), \varphi(t)$

a) $\underline{z}_1(t) = \frac{1 + j5t}{1 + jt7}$ b) $\underline{z}_2(t) = \frac{1 + j2t}{(1 + j5t)(1 + j8t)}$

b) $\underline{z}_2(t) = \frac{(1 + j5t)(1 + j8t)}{1 + j6t}$

Aufgabe G.13

Invertieren Sie die folgenden komplexen Geraden.

a) $\underline{z}_1(t) = (-2 - j1) + (3 + j1)*t$ $\underline{w}_1(t) = \frac{1}{\underline{z}_1(t)}$

b) $\underline{z}_2(t) = (3 + j2) + (6 + j5)*t$ $\underline{w}_2(t) = \frac{1}{\underline{z}_2(t)}$

Stellen Sie die Ortskurve $\underline{z}(t)$ in der komplexen Ebene dar. Bestimmen Sie grafisch $\underline{w}(t)$. Ermitteln Sie analytisch für den minimalen Abstand zur Geraden $\underline{z}(t)$ die Werte $t_{\min}$ und $\underline{z}_{\min}$. Geben Die den Durchmesser-Zeiger $\underline{w}_D$ an und vergleichen diesen mit der grafisch ermittelten Lösung.

Aufgabe G.14

Die folgenden quadratischen Gleichungen sind zu lösen. Alle Ergebnisse sind anhand einer Probe zu bestätigen (Einsetzen der Lösung in die Ausgangsgleichung).

a) $x^2 + 10x + 34 = 0$ b) $x^2 + 4x + 20 = 0$

c) $x^2 - 6x + 45 = 0$ d) $2x^2 + 16x + 82 = 0$

e) $x^2 + 20x + 500 = 0$ f) $5x^2 + 100x + 2500 = 0$

Aufgabe H.1

Sämtliche Nullstellen der folgenden algebraischen Gleichungen sind zu bestimmen. Zur Erleichterung sind einige der Nullstellen schon bestimmt. Mit Hilfe von Polynomdivision (Horner Schema) oder manuell kann man sich die Arbeit erleichtern.

- | | | |
|----|--|----------------------------|
| a) | $x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = 0$ | $x_{01} = -2$ |
| b) | $x^3 - 19x + 30 = 0$ | $x_{01} = -5$ |
| c) | $x^3 + 8x^2 + 29x + 52 = 0$ | $x_{01} = -4$ |
| d) | $x^3 - 8x^2 + 46x - 68 = 0$ | $x_{01} = 2$ |
| e) | $x^4 + 14x^3 + 71x^2 + 154x + 120 = 0$ | $x_{01} = -2, x_{02} = -3$ |
| f) | $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24 = 0$ | $x_{01} = 1, x_{02} = 2$ |
| g) | $x^4 + 10x^3 + 46x^2 + 114x + 117 = 0$ | $x_{01,02} = -2 \pm j3$ |
| h) | $x^4 + 10x^3 + 62x^2 + 178x + 325 = 0$ | $x_{01,02} = -2 \pm j3$ |

Aufgabe H.2

Sämtliche Nullstellen der folgenden algebraischen Gleichungen 3. Ordnung sind zu bestimmen. Die erste Lösung ist iterativ zu ermitteln. Die weiteren Lösungen sollen u.a. mit Hilfe von Polynomdivision ermittelt werden.

- | | | | |
|----|-------------------------------------|----|---------------------------------|
| a) | $x^3 + 7.1x^2 + 16.08x + 11.52 = 0$ | b) | $x^3 + 5.5x^2 + 19x + 19.5 = 0$ |
|----|-------------------------------------|----|---------------------------------|

Aufgabe H.3

Bestimmen Sie alle Lösungen der goniometrischen Gleichungen analytisch im Bereich $0 \leq x \leq 2\pi$.

- | | | | |
|----|----------------------------|----|----------------------------|
| a) | $\sin(x) - \cos(x) = 1$ | b) | $\sin(2x) = \cot(x)$ |
| c) | $\sin(x+0.7) = 0.5$ | d) | $\cos(x-0.3) = 0.4$ |
| e) | $8\cos(x) + 5\sin(x) = 6$ | f) | $-3\cos(x) + 4\sin(x) = 5$ |
| g) | $-3\cos(x) - 4\sin(x) = 2$ | h) | $\sin^2(x) + \cos(x) = 1$ |

Aufgabe H.4

Bestimmen Sie eine Lösung der Exponential-Gleichungen.

- | | | | |
|----|--------------------------------------|----|---|
| a) | $\sqrt[5]{a^{x+3}} = \sqrt{a^{x-2}}$ | b) | $\sqrt[3]{10^{x+3}} = 100 \cdot \sqrt[4]{10^{x-2}}$ |
| c) | $2^x + 3^x = -2^{x+2} + 3^{x+4}$ | d) | $4^x - 5^x = 4^{x-2} + 5^{x-1}$ |
| e) | $2^{3x+4} \cdot 3^{5x+2} = 5^{2x+6}$ | f) | $5^{4x+2} \cdot 6^{5x+3} = 7^{5x+9}$ |

Aufgabe H.5

Bestimmen Sie eine Lösung der logarithmischen Gleichungen.

- | | |
|----|---------------------------------------|
| a) | $\ln(x+3) = \sqrt{2\ln(x+3)+8}$ |
| b) | $\ln(x-5) = \sqrt{6\ln(x-5)+16}$ |
| c) | $\ln(10x^2 + 38x + 37) = 2\ln(-3x-5)$ |
| d) | $\ln(19x^2 + 55x + 43) = 2\ln(-4x-5)$ |

Aufgabe H.6

Bestimmen Sie eine Lösung näherungsweise grafisch.

- | | | | |
|----|-----------------------|----|-------------------------------------|
| a) | $x^4 + 2x - 5 = 0$ | b) | $\sqrt{9-x^2} + \frac{1}{2}x^3 = 0$ |
| c) | $\ln(x) + x - 5 = 0$ | d) | $x^3 + 0.5x - 10 = 0$ |
| e) | $\sin(x) - 2 + x = 0$ | f) | $\cos(x) - 0.5x = 0$ |

Aufgabe H.7

Verbessern Sie die Ergebnisse aus Aufgabe H. 6 mit Hilfe der Newton Methode.

Aufgabe H.8

Bestimmen Sie ganz ohne Unterlagen mit Hilfe der Euler Formel der komplexen Rechnung.

- | | | | |
|----|------------------------|----|------------------------|
| a) | $\cos(\alpha + \beta)$ | b) | $\sin(\alpha + \beta)$ |
| c) | $\cos(2\alpha)$ | d) | $\sin(2\alpha)$ |
| e) | $\cos(3\alpha)$ | d) | $\sin(3\alpha)$ |

Aufgabe H.9

Berechnen Sie in der Form $y = \hat{y} \cdot \cos(x + x_0)$. Geben Sie $\hat{y}$ und x_0 an.

- | | |
|----|--|
| a) | $y(x) = 4 \cdot \cos(x + 20^\circ) + 6 \cos(x + 20^\circ)$ |
| b) | $y(x) = 3 \cdot \cos(x - 20^\circ) + 8 \cos(x - 80^\circ)$ |
| c) | $y(x) = 4 \cdot \cos(x + 20^\circ) + 6 \sin(x - 20^\circ)$ |

Aufgabe H.10

Die folgenden Ausdrücke sind in der Form $A \cdot \cos(\varphi) + B \cdot \sin(\varphi)$ anzugeben.

- | | | | |
|----|------------------------------------|----|-------------------------------------|
| a) | $5 \cdot \cos(\varphi + 30^\circ)$ | b) | $10 \cdot \sin(\varphi - 45^\circ)$ |
| c) | $8 \cdot \cos(\varphi - 60^\circ)$ | d) | $8 \cdot \sin(\varphi + 30^\circ)$ |

Aufgabe H.11

Gegeben sind gewisse Informationen der drei komplexen Zahlen z_1 , z_2 , z_3 und die Gleichung $z_3 = z_1 + z_2$. Sämtliche Zahlen sind in Komponentenform anzugeben.

- | | | | |
|----|-----------------|--------------------|--------------------|
| a) | $z_1 = 4 + j0,$ | $ z_2 = r_2 = 3,$ | $ z_3 = r_3 = 6$ |
| b) | $z_1 = 5 + j0,$ | $ z_2 = r_2 = 4,$ | $ z_3 = r_3 = 8$ |
| c) | $z_1 = 0 + j6,$ | $ z_2 = r_2 = 7,$ | $ z_3 = r_3 = 10$ |
| a) | $z_1 = 5 + j3,$ | $ z_2 = r_2 = 6,$ | $ z_3 = r_3 = 8$ |

Aufgabe I.1

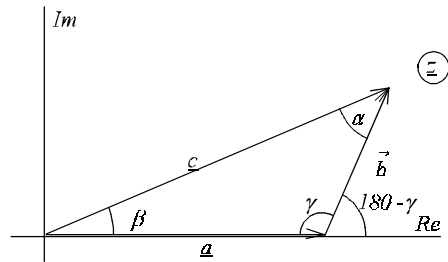


Bild MA2327A

Leiten Sie ganz ohne Unterlagen Sinus- und Kosinus-Satz her.

- a) Geben Sie für die drei Seiten des oben dargestellten Dreiecks komplexe Zeiger in Abhängigkeit der reellen Größen a , b , c , α , β und γ an.
- b) Werten Sie die folgende Addition aus:
 $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
 b1) Herleitung Sinus-Satz über Gleichheit der Imaginärteile.
 b2) Herleitung Kosinus-Satz über Gleichheit der Beträge.

Aufgabe I.2

Folgende Ausdrücke sind in Komponentenform anzugeben.

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a) $\cos(1 + j2)$ | b) $\sin(2 - j1.5)$ |
| c) $\cos(-1.8 + j1.2)$ | d) $\sin(-2.1 - j1.6)$ |
| e) $\cosh(-1.3 + j1.5)$ | f) $\sinh(-2.1 + j1.5)$ |
| g) $\cosh(2.2 + j1.7)$ | h) $\sinh(1.3 - j3.2)$ |
| i) $\arccos(3)$ | j) $\arcsin(3)$ |
| k) $\operatorname{arsinh}(3j)$ | l) $\operatorname{arcosh}(1/3)$ |
| m) $\arccos(j)$ | n) $\arcsin(j)$ |
| o) $\operatorname{arsinh}(j)$ | p) $\operatorname{arcosh}(j)$ |
| q) $\arccos(3+4j)$ | r) $\arcsin(3+4j)$ |
| r) $\operatorname{arcosh}(3+4j)$ | r) $\operatorname{arsinh}(3+4j)$ |

Aufgabe I.3

Man berechne die folgenden kartesischen Koordinaten in Polar- und Kugelkoordinaten um.

- | | |
|---|--|
| a) $P_1 = (x_1, y_1, z_1) = (1, 2, 5)$ | b) $P_2 = (x_2, y_2, z_2) = (-2, -4, 8)$ |
| c) $P_3 = (x_3, y_3, z_3) = (-2, 4, 5)$ | d) $P_4 = (x_4, y_4, z_4) = (6, -3, -2)$ |

Aufgabe I.4

Man berechne die folgenden Zylinderkoordinaten in kartesischen und Kugelkoordinaten.

- | | |
|---|---|
| a) $P_1 = (R_1, \varphi_1, z_1) = (8, 20^\circ, 7)$ | b) $P_2 = (R_2, \varphi_2, z_2) = (6, 150^\circ, -5)$ |
| c) $P_3 = (R_3, \varphi_3, z_3) = (5, 220^\circ, -5)$ | d) $P_4 = (R_4, \varphi_4, z_4) = (9, 310^\circ, 7)$ |

Aufgabe I.5

Die folgenden Kugelkoordinaten sind in kartesischen und Polarkoordinaten umzurechnen.

- | | |
|---|---|
| a) $P_1 = (r_1, \varphi_1, \Theta_1) = (2, 60^\circ, 30^\circ)$ | b) $P_2 = (r_2, \varphi_2, \Theta_2) = (9, 150^\circ, 70^\circ)$ |
| c) $P_3 = (r_3, \varphi_3, \Theta_3) = (5, 240^\circ, 150^\circ)$ | d) $P_4 = (r_4, \varphi_4, \Theta_4) = (5, 300^\circ, 120^\circ)$ |

Aufgabe I.6

Die Gerade im Raum, die durch die zwei Punkte P_1 und P_2 verläuft, ist in der Parameterform $P = P_A + \alpha \cdot P_B$ anzugeben.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| a) $P_1 = (x_1, y_1, z_1) = (4, 5, 6)$ | $P_2 = (x_2, y_2, z_2) = (3, -2, 6)$ |
| b) $P_1 = (x_1, y_1, z_1) = (1, 7, 5)$ | $P_2 = (x_2, y_2, z_2) = (2, 4, 6)$ |
| c) $P_1 = (x_1, y_1, z_1) = (3, 2, 1)$ | $P_2 = (x_2, y_2, z_2) = (-8, 5, 10)$ |

Aufgabe I.7

Die Ebene im Raum, die durch die Punkte P_1 , P_2 und P_3 verläuft, ist in der Parameterform $P = P_A + \alpha P_B + \beta P_C$ anzugeben. Anschließend ist die Funktion $z = f(x, y)$ zu bestimmen.

- | | | |
|-------------------------|----------------------|---------------------|
| a) $P_1 = (1, 2, 18)$ | $P_2 = (4, 5, 33)$ | $P_3 = (3, 6, 34)$ |
| b) $P_1 = (-2, 3, 18)$ | $P_2 = (3, -5, -16)$ | $P_3 = (-5, 1, 18)$ |
| c) $P_1 = (3, -2, -11)$ | $P_2 = (-4, 7, 13)$ | $P_3 = (3, 2, 9)$ |

Aufgabe I.8

Man berechne die Funktion der Ebene $z = f(x, y)$, die durch die drei Punkte P_1 , P_2 und P_3 verläuft.

- | | | |
|---|--------------------|---------------------|
| a) $P_1 = (x_1, y_1, z_1) = (2, 0, 0)$ | $P_2 = (0, 5, 0)$ | $P_3 = (0, 0, 10)$ |
| b) $P_1 = (x_1, y_1, z_1) = (-5, 0, 0)$ | $P_2 = (0, -3, 0)$ | $P_3 = (0, 0, 4)$ |
| c) $P_1 = (x_1, y_1, z_1) = (-7, 0, 0)$ | $P_2 = (0, 3, 0)$ | $P_3 = (0, 0, -10)$ |

Aufgabe J.1

Gegeben sind die folgenden zwei Ebenen. Bestimmen Sie die Schnittgeraden in der Form $P = P_A + \alpha P_B$.

$$E_1 = (1, 2, 5) + \alpha(1, 2, 5) + \beta(0, 3, 4) \quad E_2 = (0, 1, 1) + \alpha(0, -5, -7) + \beta(-3, 2, 1)$$

Aufgabe J.2

Man bestimme den Schnittpunkt $P_s = (x, y, z)$, der sich aus dem Schnitt von Gerade G und Ebene E ergeben.

$$E_1 = (1, 5, 1) + \alpha(-2, 3, 2) + \beta(2, 5, 0), \quad G_1 = (1, 1, 4) + \gamma(-1, 2, 0)$$

Aufgabe J.3

Berechnen Sie die kürzesten Entfernungen vom Koordinaten-Ursprung zu den folgenden Geraden.

$$a) \quad \vec{G}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} * t$$

$$b) \quad \vec{G}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix} * t$$

Aufgabe J.4 (Keine ganzzahligen Lösungen)

Berechnen Sie die kürzesten Entfernungen vom Koordinaten-Ursprung zu den folgenden Ebenen.

$$a) \quad \vec{E}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} * s + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} * t$$

$$b) \quad \vec{E}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} * s + \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} * t$$

Aufgabe J.5 (Ganze rationale Funktionen)

Bilden Sie die Ableitungen ($y' = dy/dx$) der folgenden Funktionen.

- | | |
|--------------------------------|----------------------------------|
| a) $y = 5x$ | b) $y = 7x^2$ |
| c) $y = 2x^3 - 11x^2 + 12x$ | d) $y = 5x^4 + 6x^2 - 3x - 9$ |
| e) $y = 8x^5 - 5x^2 + 7x - 30$ | f) $y = 5(3x^2 + 7x^4)$ |
| g) $y = 5(bx^2 + cx + a)$ | h) $y = x^7 + x^5 + x^3 + x + 1$ |

Aufgabe J.6 (Summe von Funktionen, Standardfunktion)

Bilden Sie die Ableitungen ($y' = dy/dx$) der folgenden Funktionen.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| a) $y = 3\sin(x) + 4\cos(x)$ | b) $y = 5\ln(x) + 7e^x$ |
| c) $y = x^3 - 8\sinh(x)$ | d) $y = x^{19} + 34\cos(x)$ |
| e) $y = 12 \cos(x) - 5e^x$ | f) $y = \ln(x^5) - \ln(x^9)$ |

Aufgabe J.6 (Produktregel)

Bilden Sie die Ableitungen ($y' = dy/dx$) der folgenden Funktionen.

- | | |
|---|--------------------------------------|
| a) $y = x^5 \cos(x)$ | b) $y = x^2 \ln(x)$ |
| c) $y = (3x^2 - 2x + 8) * (x^5 - 2e^x)$ | d) $y = (4x^2 + 6) * \sin(x)$ |
| e) $y = \sinh(x^5) * \cos(x)$ | f) $y = (x^6 - 5x) * (x^5 + 4x - 8)$ |
| g) $y = 2\sinh(x) * \cosh(x)$ | h) $y = e^x * \cosh(x)$ |

Aufgabe J.7 (Quotientenregel)

Bilden Sie die Ableitungen ($y' = dy/dx$) der folgenden Funktionen.

- | | |
|------------------------------|--|
| a) $y = \frac{x^3}{1 + x^4}$ | b) $y = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ |
| c) $y = \frac{x^2}{\ln(x)}$ | d) $y = \frac{2x^3 + 8x - 6}{x^3 - 1}$ |
| e) $y = \frac{x^3}{x^2 + 5}$ | f) $y = \frac{e^x}{x^3 + 1}$ |
| g) $y = \frac{\cos(x)}{e^x}$ | h) $y = \frac{\sin(x)}{\sinh(x)}$ |

Aufgabe J.8 (Kettenregel)

Bilden Sie die Ableitungen ($y' = dy/dx$) der folgenden Funktionen.

- | | |
|---|----------------------------------|
| a) $y = \cos^3(x)$ | b) $y = \sin^5(4x)$ |
| c) $y = (1 + x^5)^3$ | d) $y = [3x + \sin(x)]^4$ |
| e) $y = \ln(x^2 + 8x + 6)$ | f) $y = \exp[4x^5 + 4x^3 + 8]$ |
| g) $y = \sin(25x^3 + 7)$ | h) $y = \sin[\sinh(8x^2)]$ |
| i) $y = \cos(e^{5x})$ | j) $y = \ln[(3x + 7)]^5$ |
| k) $y = \ln[\sinh(8x^2)]$ | l) $y = \ln \frac{x^3}{1 + x^5}$ |
| m) $y = \ln[\cos(x^2 + 5)]$ | n) $y = \exp[\cos(ax^2 + b)]$ |
| o) $y = \frac{\sinh x}{1 + x^2} * \cosh(1 + x^2)$ | |

Aufgabe J.9 (Logarithmische Differentiation)

Bilden Sie die Ableitungen ($y' = dy/dx$) der folgenden Funktionen.

- | | |
|-------------------------|-------------------------------|
| a) $y = x^{3x}$ | b) $y = [\sinh(x)]^{\cosh x}$ |
| c) $y = (x + 8)^{2x}$ | d) $y = (3x + 5)^{\sin(x)}$ |
| e) $y = (x - 7)^{3x+5}$ | f) $y = [\cos(x)]^{\sin x}$ |

Aufgabe J.10 (Standard-Funktionen)

Bilden Sie die Ableitungen ($y' = dy/dx$) der folgenden Funktionen.

- | | |
|------------------------------------|--|
| a) $y = \ln(x^7 + 6x^2)$ | b) $y = \lg(2 + 3x)$ |
| c) $y = \sin(x^9 - 3x^2 + 6)$ | d) $y = \cos(3x + 5)$ |
| e) $y = \tan(x^9)$ | f) $y = \cot(x^2)$ |
| g) $y = \arcsin(x^5)$ | h) $y = \arccos(x^2 + 6x)$ |
| i) $y = \arctan(x^7)$ | j) $y = \operatorname{arccot}(x^5)$ |
| k) $y = \cosh(x^2)$ | l) $y = \sinh(x^7)$ |
| m) $y = \tanh(x^2 + 6x)$ | n) $y = \coth(x^9)$ |
| o) $y = \operatorname{arcosh}(3x)$ | p) $y = \operatorname{arsinh}(3x^2 + 6)$ |
| q) $y = \operatorname{artanh}(3x)$ | r) $y = \operatorname{arcoth}(6x^2)$ |

Aufgabe J.11 (allgemein)

Bilden Sie die Ableitungen ($y' = dy/dx$) der folgenden Funktionen.

- | | |
|--|--|
| a) $y = \ln[\cos(6x^2 + 7)]$ | b) $y = \arctan[\sinh(3(x^2))]$ |
| c) $y = \frac{\sin^5(6x)}{\cos(8x)}$ | d) $y = x^2 * \sin(3x^2 + 5)$ |
| e) $y = (5x^2 + 7) * \sin(8x) * e^{-7x}$ | f) $y = \frac{x^2}{\ln(e^{5x})}$ |
| g) $y = \frac{6x^2 + 8}{x - 8}$ | h) $y = x^3 * \operatorname{artan}(5x)$ |
| i) $y = \cos\left(\frac{6x^2 + 5}{x^3 + 9}\right)$ | j) $y = \cos(5x) * (x^3 + 9x) * e^{-3x}$ |

Aufgabe J.12

Von den folgenden Funktionen ist jeweils die erste bis vierte Ableitung zu bilden.

- | | |
|--------------------------------------|------------------------------|
| a) $y = 8x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 4x + 3$ | b) $y = \frac{x^2}{x^3 + 1}$ |
| c) $y = x * \sin(ax)$ | d) $y = x^2 * e^{ax}$ |
| e) $y = x^2 * \ln(x)$ | f) $y = \cos^2(ax)$ |

Aufgabe J.13

Berechnen Sie die Ableitung $y' = dy/dx$ für die folgenden Funktion mit Hilfe der Regel "e-Funktion mal Funktion ableiten".

- | | |
|--|--|
| a) $y = e^{-5x} * \cos(3x)$ | b) $y = e^{-6x} * \sin(2x)$ |
| c) $y = x^2 * e^{-6x} * \cos(2x)$ | d) $y = e^{-3x} * [2\cos(5x) + 3\sin(5x)]$ |
| e) $y = e^{-2x} * [5\cos(3x) + 6\sin(3x)]$ | |