

zugelassene Hilfsmittel : alle eigenen, Literatur, Taschenrechner.
Dauer/Punkte : 90 min / 42 Punkte

Ergebnisse sind auf drei Stellen Genauigkeit zu berechnen, dazu Zwischenergebnisse auf vier Stellen berechnen. Ergebnisse sind doppelt zu unterstreichen. Jedes Blatt ist mit Name, Matrikel-Nr. und Seite zu beschriften. Die Bearbeitungsreihenfolge ist beliebig. Für jede Aufgabe ist ein neues Blatt zu verwenden. Die Rückseite ist nicht zu beschriften. Berechnungen sind nachvollziehbar zu dokumentieren, nur einfache Taschenrechnerergebnisse (Grundrechenarten, Funktionsberechnungen) werden gewertet.

Aufgabe 1 (1 P)

Berechnen Sie die Determinante der Matrix $\bar{A}$.

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -7 & -5 & -6 \\ 0 & 3 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 7 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (5 P)

Das lineare Gleichungssystem

$$\bar{A} * \bar{x} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ -4 & -4 & -7 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix} = \bar{k}$$

soll mit Hilfe der inversen Matrix gelöst werden. Zur Reduzierung des Aufwandes sind schon einige Unterdeterminanten der Matrix $\bar{A}$ bestimmt:

$$\bar{U}(\bar{A}) = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -23 & -58 & -20 \\ ? & -24 & -8 \\ ? & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie die Werte für x_1 , x_2 und x_3 .

Aufgabe 3 (6 P)

Bestimmen Sie den Vektor $\vec{v}_3$, der senkrecht auf den Vektoren $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ steht. Die Vektoren $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ bilden ein rechtshändiges Koordinatensystem. Der Betrag des Vektor $\vec{v}_3$ beträgt $v_3 = 30$.

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4 (9 P)

Bestimmen Sie sämtliche Wurzel z_i des folgenden Ausdruckes. Geben Sie das Ergebnis in Komponentenform an. Jede Umrechnung komplexer Zahlen ist zu dokumentieren.

$$z_i = \sqrt[4]{(-1 + j2)^{10} + 2000}$$

Hinweis: Die erste Lösung muß konventionell berechnet werden. Bei der Berechnung der weiteren Lösungen führt Überlegung zu wesentlich weniger Rechenaufwand.

Aufgabe 5 (6 P)

Bilden Sie die erste Ableitung $y'(x) = \frac{dy}{dx}$ der Funktionen $y(x)$

a) $y(x) = \cosh[\ln(x^2 + 5x)]$ (2 P)

b) $y(x) = \frac{x^5}{\cos(x^2)}$ (2 P)

c) $y(x) = (x^2 + 5)^x$ (2 P)

Aufgabe 6 (4 P)

Bilden Sie die zweite Ableitung $y''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}$ der folgenden Funktion:

$$y(x) = e^{-2x} [5\cos(3x) + 4\sin(3x)]$$

Aufgabe 7 (5 P)

Berechnen Sie den minimalen Abstand vom Koordinatenursprung zu einer Geraden. Die Gerade verläuft durch die folgenden zwei Punkte:

$$P_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 8 (6 P)

Aus Messung, bzw. Beobachtung sind bekannt:

$$y(x) = \hat{y} \cdot \cos(x) = \hat{y}_1 \cdot \cos(x + \varphi_1) + \hat{y}_2 \cdot \cos(x + \varphi_2)$$

$$\hat{y} = 5 \quad \hat{y}_1 = 4 \quad \hat{y}_2 = 6$$

Gesucht sind die Winkel φ_1 und φ_2 .

Ergebnisse

Aufgabe 1

$$\det(\bar{A}) = 60.$$

Aufgabe 2

$$x_1 = -31$$

$$x_2 = 78$$

$$x_3 = -28$$

Aufgabe 3

$$\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} -24 \\ 0 \\ 18 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

$$\underline{z}_1 = 7.65 + j 1.85$$

$$\underline{z}_2 = -1.85 + j 7.65$$

$$\underline{z}_3 = -7.65 - j1.85$$

$$\underline{z}_4 = 1.85 - j7.65$$

Aufgabe 5

$$a) \quad y'(x) = \sinh[\ln(x^2 + 5x)] * \frac{1}{x^2 + 5x} * (2x + 5)$$

$$b) \quad y'(x) = \frac{\cos(x^2) * 5x^4 + \sin(x^2) * 2x * x^5}{\cos^2(x^2)}$$

$$c) \quad y'(x) = (x^2 + 5)^x \left[\ln(x^2 + 5) + \frac{2x^2}{x^2 + 5} \right]$$

Aufgabe 6

$$y''(x) = e^{-2x} [-73 * \cos(3x) + 40 * \sin(3x)]$$

Aufgabe 7

$$r_{\min} = 4.12$$

Aufgabe 8

$$\varphi_1 = 82.82^\circ$$

$$\varphi_2 = -41.41^\circ$$
