

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Grundlagen der Informationsverarbeitung II

Sommersemester 2004

Aufgaben zu Kapitel 3 Arithmetisch-logische Einheiten

Betreuer:

Prof. Dr.-Ing. H. Schröder

Raum: P1-04-211

Tel.: 755-3190

Email: hartmut.schroeder@uni-dortmund.de

Dipl.-Ing. H. Lange

Raum: P1-04-210

Tel.: 755-2028

Email: hendrik.lange@uni-dortmund.de

Aktuelle Informationen zur Vorlesung gibt es unter:

http://www-kt.e-technik.uni-dortmund.de/m_siv/giv/giv_main.html

Aufgabe 3.1

Geben Sie die unten angegebenen Dezimalzahlen in den folgenden Binärdarstellungen an :

- a) Betrag-Vorzeichen-Darstellung
- b) Offset-Binary-Code
- c) Einer-Komplement
- d) Zweier-Komplement

Verwenden Sie eine Darstellung mit 8 Vor- und 4 Nachkommastellen !

Dezimalzahlen: 0 ; +110.5 ; -78.1875 ; -140

Aufgabe 3.2

Führen Sie die folgenden Subtraktionen in der Zweier-Komplement-Darstellung aus . Wandeln Sie Ihre Ergebnisse in die Dezimal-Darstellung zurück und überprüfen Sie Ihre Rechnung !

- a) $14.125 - 10.500$
- b) $123.5 - (-9.75)$
- c) $31.125 - 57.625$

Verwenden Sie eine Darstellung mit 8 Vor- und 4 Nachkommastellen !

Aufgabe 3.3

Umwandlung der Betrag-Vorzeichen-Darstellung in die Zweier-Komplement-Darstellung .

- a) Beschreiben Sie anhand eines Flußdiagramms die Konversion von Betrag-Vorzeichen-Darstellung zur Zweier-Komplement-Darstellung ! Achten Sie dabei auf Unterschiede im zulässigen Zahlenbereich !
- b) Entwerfen Sie eine Schaltung aus logischen Gattern, die eine solche Konversion von der Betrag-Vorzeichen-Darstellung auf Zweierkomplement-Darstellung durchführt ! Legen Sie die Schaltung für eine Wortbreite von 8 Bit aus !

Aufgabe 3.4 (Klausur H 89)

Für eine Subtraktion $A-B$ zweier binärer Betragsszahlen $A=\{a_{N-1},\dots,a_1,a_0\}$, $B=\{b_{N-1},\dots,b_1,b_0\}$ wird eine Schaltung aus „Vollsubtrahierern“ mit Übertragsweiterleitung benötigt .

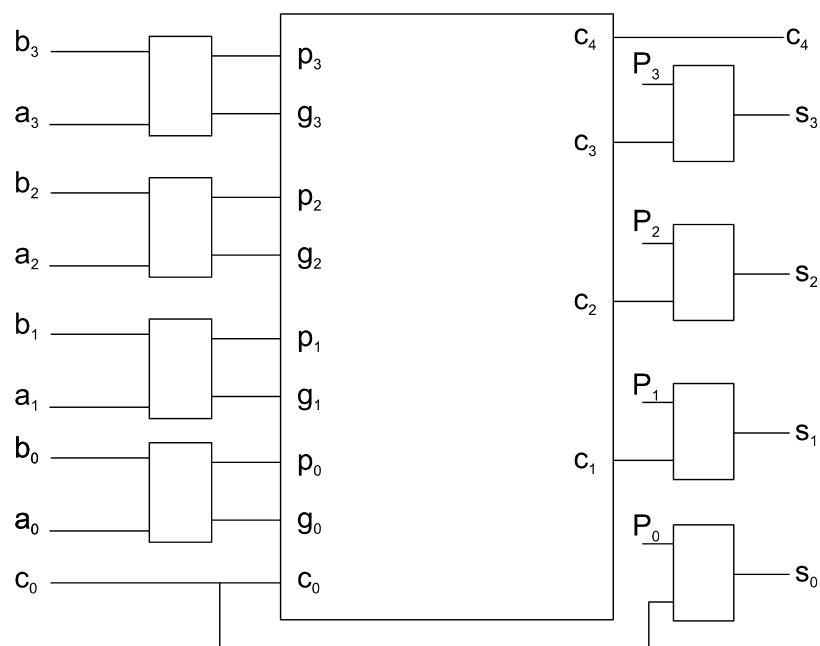
- Ermitteln Sie die Wahrheitstabelle eines Vollsubtrahierers mit 3 Eingangsbits (a_i , b_i und dem eingehenden Übertragsbit c_i) und den 2 Ausgangsbits (Differenzbit d_i , abgehendes Übertragsbit c_{i+1}) .
- Geben Sie für beide Ausgangsvariablen die disjunktive Normalform an (DNF) . Minimieren Sie die disjunktiven Normalformen mit Hilfe von KV-Diagrammen . Geben Sie die minimalen disjunktiven Formen an .

Aufgabe 3.5

Realisieren Sie einen Volladdierer mit Hilfe eines 1 aus 8 Decoders !

Aufgabe 3.6

Im folgenden Blockschaltbild ist das Prinzip eines 4 Bit Addierers mit Übertragsvorausberechnung (carry look ahead) dargestellt .



- Erläutern Sie die Funktionsweise dieses Addierers !
- Leiten Sie die Booleschen Gleichungen p_i , g_i , c_{i+1} für $i=0,1,2,3$ her !
- Realisieren Sie die Komponenten des Blockschaltbildes mit logischen Gattern!
- Erweitern Sie diesen Addierer so, dass auch eine Subtraktion in Zweikomplement-Darstellung ausgeführt werden kann. Benutzen Sie dabei eine zusätzliche Eingangsvariable v , die bei der Addition gleich 0 und bei der Subtraktion gleich 1 ist.

Aufgabe 3.7

Gegeben sei folgendes normalisiertes Gleitpunktformat:

$$X.XXXXXXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Die Mantisse ist im Zweierkomplement und der Exponent im Offset-Binary-Code dargestellt. Subtrahieren, multiplizieren Sie die beiden folgenden Zahlen im gegebenen Format:

$$A = 13$$

$$B = 3.5$$

Aufgabe 3.8 (Klausur F89)

Gegeben seien 2 Zahlen $A = -2,5$ und $B = 0,375$ im binären Gleitkommaformat

$$X.XXXXXXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Die Mantisse ist im Zweierkomplement mit 8 Bit (incl. Vorzeichen) codiert und normalisiert, so daß gilt $0,5 \leq |m| < 1$. Der Exponent ist im Offset-Binary-Code mit 4 Bit (incl. Vorzeichen) dargestellt.

- Wandeln Sie die Zahlen A,B in das obige Format
- Bilden Sie die Differenz $A-B$. Führen Sie die Differenzbildung in Zweierkomplementdarstellung für die Mantisse mit der obigen Wortlänge durch.
- Bilden Sie das Produkt $A \cdot B$. Bilden Sie das Produkt in Betrag-Vorzeichen Darstellung mit der obigen Wortlänge.

Geben Sie jeweils auch die Zwischenschritte an.

Aufgabe 3.9 (Klausur H89)

Gegeben sei folgendes binäres Gleitkommaformat

$$X.XXXXXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Die Mantisse ist in Betrag-Vorzeichen Darstellung mit 8 Bit (incl. Vorzeichen) codiert und normalisiert, so daß gilt $0,5 \leq |m| < 1$. Der Exponent ist im Zweierkomplement mit 4 Bit (incl. Vorzeichen) dargestellt.

- a) Welcher Zahlenbereich (Angabe im Dezimalformat) ist darstellbar ?
- b) Welche Schrittweite bietet das gewählte Format im Bereich des größten und kleinsten Exponenten?
- c) Wandeln Sie die Zahlen $A = -1.375$ und $B = -0.15625$ in das obige Format.
- d) Bilden Sie die Differenz $A-B$. Führen Sie die Differenzbildung in Zweierkomplementdarstellung für die Mantisse mit den obigen Wortlängen durch.
- e) Bilden Sie das Produkt $A \cdot B$ im gegebenen Format.

Geben Sie jeweils auch die Zwischenschritte an.

Aufgabe 3.10 (Klausur F90)

Ein Analog-Digitalwandler soll Spannungswerte im Bereich zwischen $-2V$ und $+2V$ auf $1mV$ Quantisierungsstufe genau wandeln .

- a) Wieviel Stellen sind mindestens notwendig, um die digitale Information ganzzahlig im Zweierkomplement darstellen zu können ?
- b) Welcher Zahlenbereich (dezimal) ist mit dem gefundenen Zahlenformat darstellbar?
- c) Stellen Sie die folgenden am Eingang des Wandlers gemessenen Spannungswerte im gewählten Format dar .

$$A = 1.798V \qquad B = -1.125V$$

Die digital vorliegenden Daten sollen nun ins Gleitkommaformat übertragen werden. Die Mantisse ist in Betrag-Vorzeichen-Darstellung codiert und normalisiert, so daß gilt: $0,5 \leq |m| < 1$. Der Exponent ist im Zweierkomplement dargestellt.

- d) Wieviele Stellen sind zur Übertragung ohne Genauigkeitsverluste mindestens notwendig?
- e) Wandeln Sie die Meßwerte A, B in das gewählte Gleitkommaformat.

Geben Sie jeweils auch die Zwischenschritte an.

Aufgabe 3.11

Führen Sie die folgenden Multiplikationen in der Betrag-Vorzeichen-Darstellung aus. Wandeln Sie ihre Ergebnisse in die Dezimal-Darstellung zurück und überprüfen Sie ihre Rechnung!

- a) $10.5 * 4$
- b) $(-23.625) * 5$
- c) $(-13.0) * (-8)$

Aufgabe 3.12

Führen Sie die folgenden Divisionen in der Betrag-Vorzeichendarstellung aus. Wandeln Sie ihre Ergebnisse in die Dezimal-Darstellung zurück und überprüfen Sie ihre Rechnung.

- a) $100 / 8$
- b) $(-15) / 5$
- c) $(-121) / (-11)$

Aufgabe 3.13

Die Multiplikation von Dualzahlen kann auf eine Addition zurückgeführt werden. Entwerfen Sie eine schaltungstechnische Realisierung aus logischen Grundgattern und 4 Bit-Addieren für die Betragsmultiplikation von 4 Bit-Zahlen.

Aufgabe 3.14 (Klausur H90)

Gegeben sei folgendes Gleitkommaformat

$$X.XXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Die Mantisse und der Exponent sind im Zweierkomplement dargestellt. Das LSB der Mantisse hat die Wertigkeit 2^{-4} , der Exponent ist wie üblich eine ganze Zahl.

- a) Welcher Zahlenbereich (Angabe in Dezimalformat) ist darstellbar?
- b) Wie groß ist die kleinste darstellbare positive Zahl?
- c) Ist die Zahl $A = -19$ in diesem Format darstellbar? (Begründung)

Gegeben sind die Gleitkommazahlen

$$B = 1.0100 \cdot 2^{111} \quad C = 1.1101 \cdot 2^{0001}$$

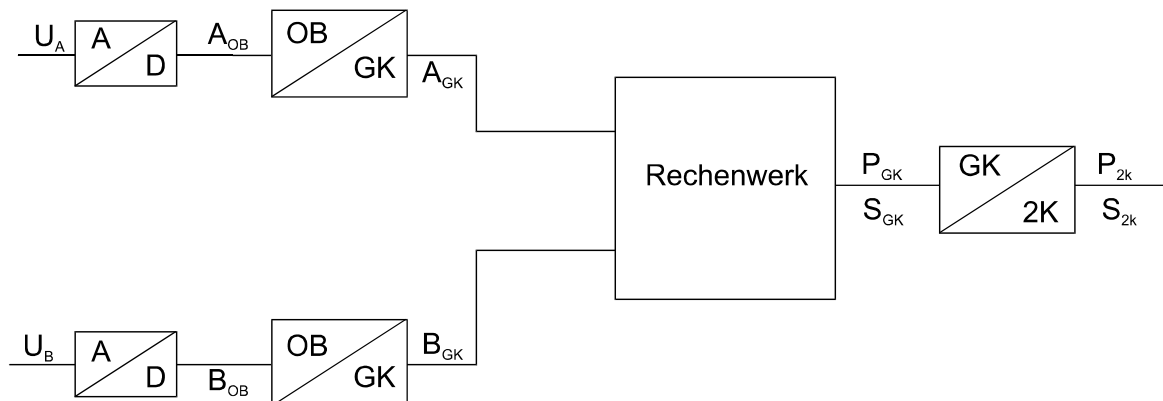
- d) Ist B größer, kleiner oder gleich C? (Begründung)

Die Mantisse und der Exponent werden nun in Betrag-Vorzeichen-Darstellung codiert. Die Mantisse wird außerdem normalisiert, so dass gilt: $0.5 \leq |m| < 1$.

- e) Wie groß ist jetzt die kleinste darstellbare positive Zahl?
- f) Wandeln Sie die Zahlen $D = -3.25$ und $E = 0.3125$ in das neue Format um.

Aufgabe 3.15 (Klausur H91)

Gegeben ist ein Gleitkommarechenwerk entsprechend folgender Skizze. 2 Eingangsspannungswerte U_A und U_B werden in Offset-Binary-Code mit 5 Bit (incl. Vorzeichenbit, $\text{LSB} \triangleq 1\text{V}$) von einem A/D-Wandler abgegeben, in Gleitkommaformat multipliziert bzw. addiert und das Ergebnis wird im Zweierkomplementformat ausgegeben.



OB : Offset-Binary-Code

GK : Gleitkommaformat

2K : Zweierkomplement

- a) Die Eingangsspannungen seien $U_A = -15\text{V}$, $U_B = +13\text{V}$. Ermitteln Sie die Zahlen A_{OB} und B_{OB} nach der A/D-Wandlung.

Das Gleitkommarechenwerk verarbeitet Zahlen in folgender Darstellung:

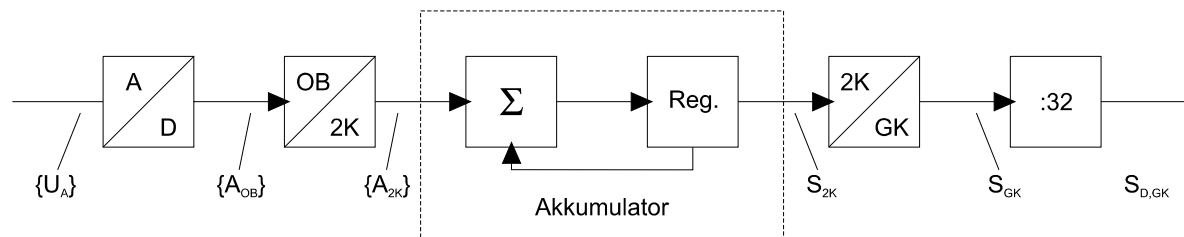
$$X.XXXXXXXXXX \cdot 2^{XXXXX}$$

Die Mantisse und der Exponent sind in Betrag-Vorzeichen-Darstellung codiert. Das LSB der Mantisse hat die Wertigkeit 2^{-8} , der Exponent ist wie üblich eine ganze Zahl. Die Mantisse wird außerdem normalisiert, so daß gilt $0,5 \leq |m| < 1$.

- Geben Sie die Zahlen A_{GK} und B_{GK} nach der Gleitkommawandlung an.
- Bilden Sie das Produkt $P_{GK} = A_{GK} \cdot B_{GK}$ im gegebenen Gleitkommaformat.
- Bei der Addition werden die Mantissen von A_{GK} , B_{GK} vorher mit gleicher Wortlänge ins Zweierkomplement umgewandelt. Bilden Sie die Summe $S_{GK} = A_{GK} + B_{GK}$.
- Das Ergebnis wird in Zweierkomplement-Darstellung mit 9 Bit (incl. Vorzeichenbit) ganzzahlig ausgegeben. Geben Sie die Ausgangszahlen P_{2K} und S_{2K} an.

Aufgabe 3.16

Gegeben ist ein Rechenwerk entsprechend folgender Skizze. Eine Folge von 3 Eingangsspannungswerten $\{U_A\} = \{-2, 4, 11\}$ V wird im Offset-Binary-Code mit 5 Bit (incl. Vorzeichenbit, $\text{LSB} \cong 1\text{V}$) vom A/D Wandler abgegeben, ins 2er-Komplement überführt und im Akkumulator addiert. Die Ausgabe erfolgt über einen Gleitkommaformatwandler und anschließende Division durch 32.



OB: Offset-Binary-Code

GK: Gleitkommaformat

2K: Zweierkomplement

- a) Ermitteln Sie die Zahlenfolgen $\{A_{OB}\}$, $\{A_{2K}\}$ im Offset-Binary bzw. Zweierkomplementformat. Ermitteln Sie den Summanwerk S_{2K} .

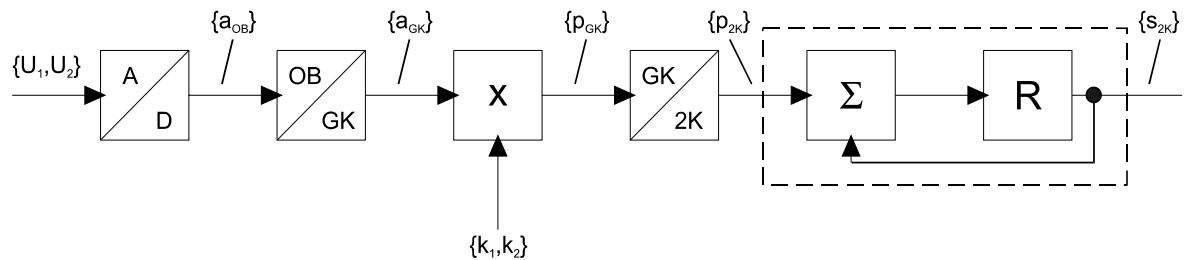
Der Gleitkommawandler liefert Zahlen in der folgenden Darstellung:

$$X.XXX\ XXXX \cdot 2^{XXXXX}$$

Mantisse und Exponent sind im Betrag-Vorzeichen-Format codiert. Das LSB der Mantisse hat die Wertigkeit 2^{-7} . Der Exponent ist wie üblich eine ganze Zahl. Die Mantisse wird außerdem normalisiert, so daß gilt $0,5 \leq |m| < 1$ gilt. Berechnen Sie S_{GK} . Abschließend wird durch 32 dividiert. Geben Sie $S_{D,GK}$ im obigen Gleitkommaformat an. Wie kann eine Binärzahl 2^N allgemein im normalisierten Gleitkommaformat angegeben werden?

Aufgabe 3.17

Gegeben ist ein Rechenwerk entsprechend folgender Skizze. Eine Folge von zwei Eingangsspannungswerten $\{u_1, u_2\} = \{-60, -3\}$ V wird im Offset-Binary-Code mit 7 Bit (incl. Vorzeichenbit, LSB=1V) vom A/D-Wandler abgegeben. Die Zahlen werden ins Gleitkommaformat überführt und jeweils mit einem Faktor $\{k_1, k_2\}$ multipliziert. Die Produkte werden nach Wandlung ins Zweierkomplement im Akkumulator addiert.



- a) Ermitteln Sie die Zahlenfolge $\{a_{OB}\}$, $\{a_{GK}\}$ im Offset-Binary bzw. Gleitkommaformat. Das Gleitkommaformat sei in der folgenden Darstellung definiert:

$$X.XXX XXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Mantisse und Exponent sind im Betrag-Vorzeichen-Format codiert. Das LSB hat die Wertigkeit 2^{-7} . Der Exponent ist, wie üblich, eine ganze Zahl. Die Mantisse wird außerdem so normalisiert, daß gilt $0,5 \leq m < 1$.

- b) Die beiden Zahlen werden jeweils mit Faktoren k_1 , k_2 multipliziert:

$$k_1 = 0.101\ 0000 \cdot 2^{0000}$$

$$k_2 = 1.110\ 1000 \cdot 2^{0100}$$

Ermitteln Sie die Produkte $\{p_{GK}\}$ im Gleitkommaformat.

- c) Die Teilprodukte werden dann ins Zweierkomplement gewandelt und im Akkumulator addiert. Geben Sie $\{p_{2K}\}$ und $\{s_{2K}\}$ an.

Aufgabe 3.18 (Klausur H93)

Gegeben sei folgendes Gleitkommaformat :

$$X.XXXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Die Mantisse und der Exponent sind in der Betrag-Vorzeichen-Darstellung codiert . das LSB der Mantisse hat die Wertigkeit 2^{-5} , der Exponent ist wie üblich eine ganze Zahl . Im obigen Zahlenformat nimmt die zahl A folgende Werte an :

$$A = 0.11000 \cdot 2^{0100}$$

- a) Handelt es sich um ein normalisiertes gleitkommaformat ? Welcher Zahlenbereich (Angabe im Dezimalformat) ist im normalisierten Gleitkommaformat betragsmäßig darstellbar ?
- b) Wieviele Bits benötigt man, um den gleichen Zahlenbereich im Festkommaformat darzustellen ? Wie groß ist die Genauigkeit (kleinste Schrittweite) der Festkommadarstellung im Vergleich zur Gleitkommadarstellung im Bereich des kleinsten und des größten Exponenten?
- c) Wandeln Sie die zahl B = 2,25 in das obige Gleitkommaformat und bilden Sie anschließend das Produkt $P = A \cdot B$ im gegebenen Format .
- d) Für eine Differenzbildung sollen die Mantissen in das Zweierkomplementformat überführt werden, der Exponent ist weiterhin in Betrag-Vorzeichen-Darstellung codiert . Bilden Sie die Differenz $D = A - B$. Läßt sich das Ergebnis ohne Genauigkeitsverluste bestimmen ? Wie groß sind gegebenenfalls die Genauigkeitsverluste ?
- e) Geben Sie das Ergebnis abschließend in einer betrag-Vorzeichen-Darstellung ganzzahlig mit 6 Bit (incl. Vorzeichenbit) aus .

Aufgabe 3.19 (Klausur F94)

In einem Rechenwerk werden Zahlen im folgenden Gleitkommaformat dargestellt :

$$X.XXXXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Mantisse und Exponent sind beide in Zweierkomplement-Darstellung . Der Exponent ist eine ganze Zahl . Die Mantisse ist wie üblich normiert, so daß gilt: $0,5 \leq |m| < 1$

- a) Geben Sie die beiden Zahlen

$$A = -5$$

$$B = 0,75$$

im obigen Format an .

- b) Berechnen Sie die Summe $S = A+B$ im obigen Format .
 c) Berechnen Sie das Produkt $P = A \cdot B$ im obigen Format .

Aufgabe 3.20 (Klausur H94)

Gegeben sind zwei Zahlen

$$A = -11,5$$

$$B = 5$$

- a) Stellen Sie die beiden Zahlen im folgenden Gleitkommaformat dar :

$$X.XXXXXXXXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Die Mantisse und der Exponent sind in Betrag-Vorzeichen-Darstellung codiert
 Das LSB der Mantisse hat die Wertigkeit 2^{-8} , der Exponent ist wie üblich eine ganze Zahl. Die Mantisse wird außerdem normalisiert, so daß gilt:

$$0,5 \leq |m| < 1.$$

- b) Berechnen Sie die Summe $S = A+B$ im angegebenen Format .
 c) Berechnen Sie das Produkt $P = A \cdot B$ im angegebenen Format .

Wählen Sie zur Berechnung jeweils das geeignete (Zwischen-)Format . Geben Sie auch die Zwischenschritte an .

Aufgabe 3.21 (Klausur F95)

Gegeben sei folgendes Gleitkommaformat

$$X.XXXXX XXXX \cdot 2^{XXXXX}$$

Die Mantisse ist in Betrag-Vorzeichen-Darstellung und der Exponent im Offset-Binary-Format codiert. Das LSB der Mantisse hat die Wertigkeit 2^{-8} , der Exponent ist wie üblich eine ganze Zahl.

- a) Welcher Zahlenbereich läßt sich in einem normalisierten bzw. in einem nicht normalisierten Zahlenformat darstellen?

Im folgenden soll das obige Format mit einer normalisierten Mantisse, d.h. $0,5 \leq |m| < 1$ verwendet werden.

- b) Wie groß ist die Genauigkeit bei der betragsmäßig kleinsten und größten darstellbaren Zahl?
- c) Gegeben sind die Zahlen $A=22$ und $B=-5,5$. Wandeln Sie die Zahlen in das angegebene Format.
- d) Bilden Sie die Summe $S=A+B$ im angegebenen Format. Wie groß muß die minimale Wortlänge der Mantisse sein, damit keine Rundungsfehler auftreten?
- e) Bilden Sie das Produkt $P=A \cdot B$ im angegebenen Format.

Aufgabe 3.22

Zur Darstellung von Gleitkomma-Zahlen ist das Format eines Rechenwerkes wie folgt definiert:

$$X.XXXXXXXXXX \cdot 2^{XXXXX}$$

Dabei wird die Mantisse wie folgt beschränkt: $0,5 \leq |m| < 1$. Der Exponent ist eine ganze Zahl. Mantisse und Exponent sind beide in Betrag-Vorzeichen-Darstellung.

- a) Gegeben sind die beiden Zahlen A und B:

$$A = (0,100010010 \cdot 2^{00000})_2$$

$$B = (0,100001010 \cdot 2^{00000})_2$$

Addieren Sie die beiden Zahlen.

Stellen Sie das Ergebnis im obigen Gleitkommaformat dar.

- b) Gegeben sind die beiden Zahlen C und D:

$$C = (0,100100011 \cdot 2^{00000})_2$$

$$D = (0,100100010 \cdot 2^{00000})_2$$

Subtrahieren Sie die beiden Zahlen.

Stellen Sie das Ergebnis im obigen Gleitkommaformat dar .

Im folgenden soll das unten angegebene Format mit einer normalisierten Mantisse $0,5 \leq |m| < 1$ verwendet werden . Mantisse und Exponent sind beide in Betrag-Vorzeichen-Darstellung .

X.XXXXXX 2^{XXXX}

- c) Geben Sie die folgende ganze Zahl A im obigen Format an: $A = 3$
- d) Geben Sie die folgende gebrochene Zahl B im obigen Format an: $B = 0,74$
- e) Bilden Sie die Differenz $D = A - B$ im obigen Format .

Aufgabe 3.23

In einem Rechenwerk werden Zahlen im folgenden Gleitkommaformat dargestellt :

X.XXXXXX 2^{XXXX}

Mantisse und Exponent sind beide in Betrag-Vorzeichen-Darstellung . Der Exponent ist eine ganze Zahl . Die Mantisse ist wie üblich normiert, so daß gilt: $0,5 \leq |m| < 1$

- a) Geben Sie die beiden Zahlen
 $A = 3$
 $B = 0,25$
im obigen Format an .
- b) Berechnen Sie die Differenz $D = A - B$ im obigen Format .
- c) Berechnen Sie das Produkt $P = AB$ im obigen Format .

Aufgabe 3.24 (Klausur F97)

In einem Rechenwerk werden Zahlen in 15-bit-Gleitkomma-Format dargestellt.

$$X.XXXXXXXXXX \cdot 2^{XXXXX}$$

Die Mantisse ist in Betrag- Vorzeichen-Darstellung und der Exponent in Offset-Binary-Darstellung. Die Mantisse ist wie folgt normiert: $0,5 \leq |m| < 1$. Der Exponent ist eine ganze Zahl.

- Geben Sie die folgende ganze Zahl X im obigen Format an: $X = 23$
- Geben Sie die folgende gebrochene Zahl Y im obigen Format an: $Y = -3,25$
- Führen Sie die Addition $A=X+Z$ im obigen Format durch.
- Führen Sie die Multiplikation der Zahlen $M = XY$ im obigen Format durch.

Aufgabe 3.25 (Klausur H96)

- Nennen Sie Nachteile von Festkomma-Zahlendarstellung bei einer Multiplikation zweier Dualzahlen insbesondere in technisch-wissenschaftlichen Anwendungen!
- Nennen Sie Vorteile des Einsatzes eines Arithmetik-Coprozessors in einem Mikrorechen-System!

In einem Rechenwerk werden Zahlen in 12-bit-Gleitkomma-Format dargestellt.

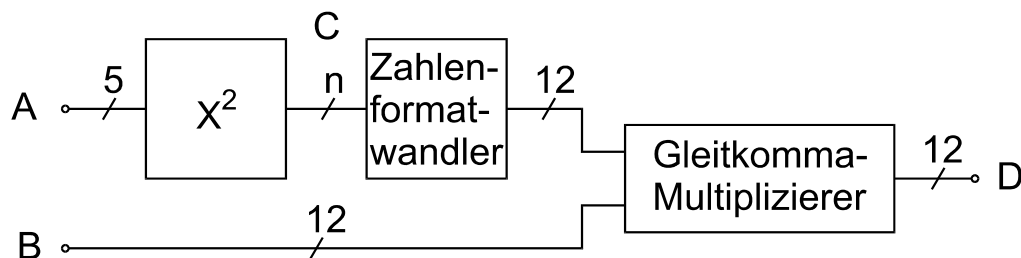
$$X.XXXXXXX \cdot 2^{XXXX}$$

Die Mantisse ist in Betrag- Vorzeichen-Darstellung und der Exponent in Zweierkomplement-Darstellung. Die Mantisse ist wie folgt normiert: $0,5 \leq |m| < 1$. Der Exponent ist eine ganze Zahl.

- Geben Sie die folgende ganze Zahl X im obigen Format an: $X = -48$
- Geben Sie die folgende gebrochene Zahl Y im obigen Format an: $Y = 0,125$
- Führen Sie die Multiplikation der Zahlen $M = X*Y$ im obigen Format durch.
- Geben Sie die folgende ganze Zahl Z im obigen Format an: $Z=16$. Führen Sie die Addition $A=X+Z$ im obigen Format durch.

Aufgabe 3.26 (Klausur H97)

Dargestellt ist eine arithmetische Einheit, die aus zwei Eingangszahlen A und B ein Ergebnis D bestimmt. Ausgeführt wird hierbei die Berechnung $D = A^2 \cdot B$. Hierbei ist $A = \{a_4 \cdot a_3 \cdot a_2 \cdot a_1 \cdot a_0\}$ eine ganze Zahl in Betrag-Vorzeichen Darstellung mit 4 Betragsbits und einem Vorzeichenbit. B liegt im 12-Bit-Gleitkomma-Format vor. Das Ergebnis D soll ebenfalls im 12-Bit-Gleitkomma-Format ausgegeben werden.



Nach der Quadrierung entsteht das Zwischenergebnis $C = \{c_{n-1} \cdot c_{n-2} \dots c_0\}$, das in Betrag-Vorzeichen Darstellung vorliegen soll. Dabei entspricht c_0 dem LSB und c_{n-1} dem Vorzeichenbit.

- Wieviele Bits n (incl. Vorzeichenbit) sind zur vollständigen Darstellung von C erforderlich?
- Stellen Sie die Wahrheitstabelle für den Quadrierer auf. Vernachlässigen Sie dabei die Vorzeichenbits. Benutzen Sie die vorgegebene Wahrheitstabelle.
- Geben Sie die Booleschen Gleichungen für die Bits c_4, c_5 und c_6 sowohl als DNF als auch in minimierter Form an (Minimierung mit KV-Diagramm). Benutzen Sie die vorgegebenen KV-Diagramme.
- Realisieren Sie die Funktionen für c_5 und c_6 mit Invertern und einer minimalen Anzahl von **UND-Gattern mit zwei Eingängen**. Bringen Sie zunächst die booleschen Gleichungen in eine entsprechende Form. Nutzen Sie für die Minimierung der Anzahl von UND-Gattern bei der Realisierung gleiche Terme für c_5 und c_6 aus.
- Die Zahlen A und C haben nun 2er-Komplement-Format. Wieviele Bits (incl. Vorzeichen) sind nun prinzipiell zur Darstellung von C erforderlich?

Wie bereits erwähnt, findet die Multiplikation im 12-Bit-Gleitkomma-Format statt. Diese Zahlen haben das Format:

X.XXXXXXXX·2XXXX

wobei die Mantisse in Betrag-Vorzeichen-Darstellung und der Exponent in Zweierkomplement-Darstellung gegeben ist. Die Mantisse ist normiert auf $0,5 \leq |m| < 1$, der Exponent ist eine ganze Zahl.

Gegeben sind die Zahlen $A = -5$ und $B = -0,40625$.

- f) Geben Sie die Werte am Eingang des Gleitkomma-Multiplizierers im Gleitkomma-Format an.
- g) Führen Sie die Multiplikation im Gleitkomma-Format durch. Geben Sie das Ergebnis auch im Dezimalformat an.

Aufgabe 3.28 (Klausur F99)

Um ein Rechenwerk für einen 2er-Komplement-Multiplizierer zu sparen, soll ein Schaltnetz entworfen werden, das eine 2-er-Komplement Multiplikation durchführt.

Dieses besitzt die Eingänge x und y mit jeweils 2-Bit Wortbreite (x_0 und $y_0 = \text{LSB}$) sowie einen Ausgang z mit 4 Bit Wortbreite ($z_0 = \text{LSB}$). Berechnet werden soll somit:

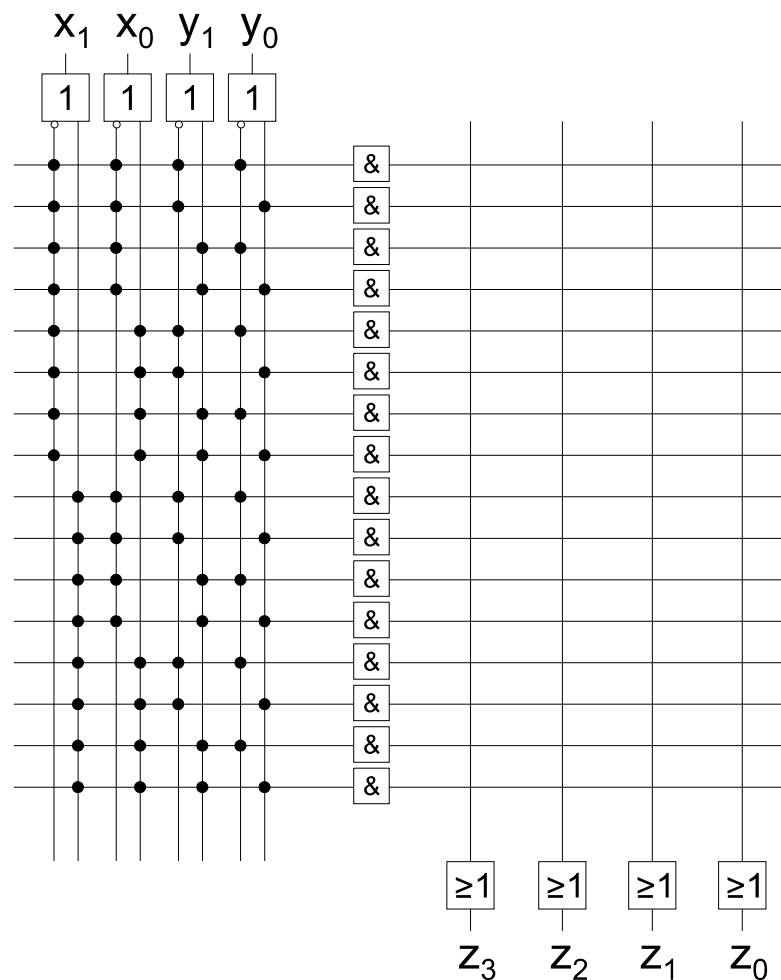
$$z = x \cdot y$$

Die Eingangs- und Ausgangswerte sollen jeweils im 2-er Komplement dargestellt werden.

- a) Füllen Sie die Spalten für die dezimalen Werte der Eingangs- und Ausgangsvariablen aus, so daß die Funktion $z = x \cdot y$ realisiert wird. Stellen Sie die vollständige Wahrheitstabelle für z_3 bis z_0 in Abhängigkeit von den Eingängen x_0, x_1, y_0 und y_1 auf.

	x_1	x_0	y_1	y_0	Dezimaler Wert von x	Dezimaler Wert von y	Dezimaler Wert von z	z_3	z_2	z_1	z_0
0	0	0	0	0							
1	0	0	0	1							
2	0	0	1	0							
3	0	0	1	1							
4	0	1	0	0							
5	0	1	0	1							
6	0	1	1	0							
7	0	1	1	1							
8	1	0	0	0							
9	1	0	0	1							
10	1	0	1	0							
11	1	0	1	1							
12	1	1	0	0							
13	1	1	0	1							
14	1	1	1	0							
15	1	1	1	1							

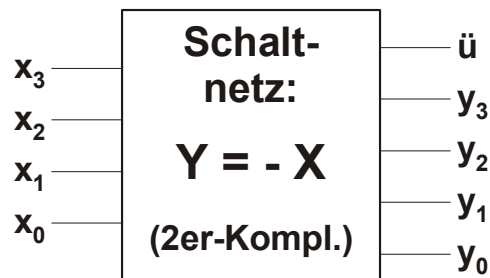
- b) Geben Sie die minimale disjunktive Form der booleschen Funktionen für z_3 bis z_0 in Abhängigkeit von x_0 , x_1 , y_0 und y_1 an
- c) Realisieren Sie die booleschen Funktionen z_3 bis z_0 in Abhängigkeit von x_0 , x_1 , y_0 und y_1 mit einem PROM (benutzen Sie die beigelegte Vorlage).



- d) Geben Sie eine Schaltungsrealisierung für die boolesche Funktion $\overline{x_1 y_1 y_0} \vee \overline{x_1 x_0 y_1}$ an, in der nur NAND-Gatter (mit beliebig vielen Eingängen) verwendet werden.
- e) Für eine nachfolgenden D/A-Wandlung des Ausgangssignals des Multiplizierers ist es erforderlich, daß die Zahlen im Offset-Binary Format vorliegen. Daher soll im folgenden ein Schaltnetz entworfen werden, das eine Umwandlung der 2er-Komplementzahl e mit 4 Bit Wortbreite ($e_0 = \text{LSB}$) in die Offset-Binary-Zahl a mit ebenfalls 4 Bit Wortbreite ($a_0 = \text{LSB}$) vornimmt.



Geben Sie die minimale disjunktive Form der booleschen Funktionen für a_3 bis a_0 in Abhängigkeit von e_3 bis e_0 an.

Aufgabe 3.29 (KlausurH99)

Es soll ein Schaltnetz entworfen werden, daß die mathematische Funktion

$$Y = -X$$

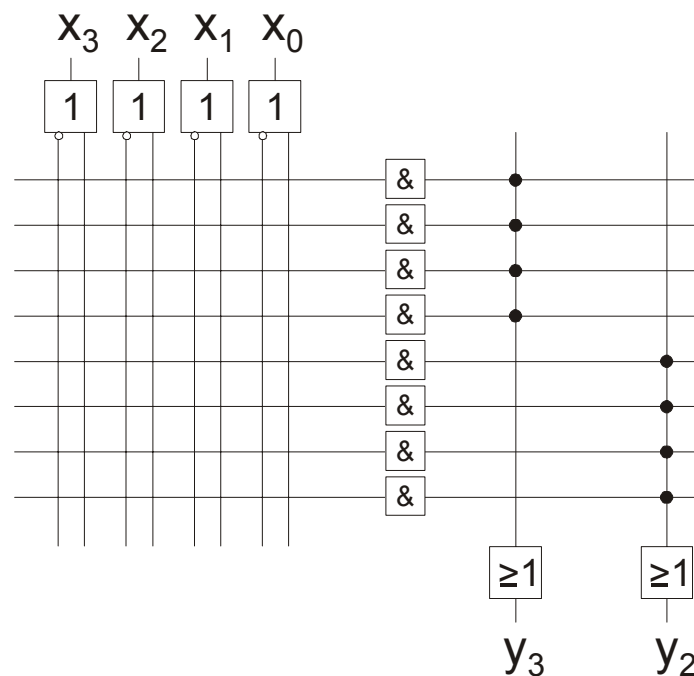
ausführt. Die Eingangs- und Ausgangswerte X und Y sollen jeweils mit 4 Bit und im *2-er Komplement* (*vorzeichenbehaftet, x_3 und y_3 sind Vorzeichenbits !*) dargestellt werden.

Falls für eine Zahl die korrekte Zahl $-X$ nicht mit der vorgegebenen Stellenanzahl dargestellt werden kann, soll dies durch eine 1 am Überlaufwarnausgang $\ddot{u}$ angezeigt werden. Die Werte für y_3 bis y_0 sind in diesem Falle nicht von Bedeutung.

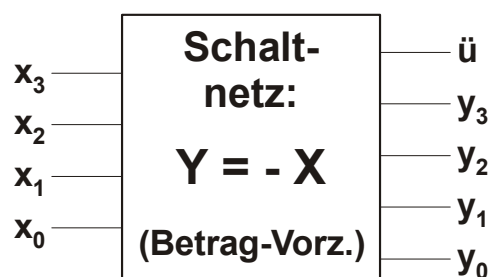
- a) Füllen Sie die Spalten für die dezimalen Werte der Eingangs- und Ausgangsvariablen aus, so daß die Funktion $Y = -X$ realisiert wird. Stellen Sie die vollständige Wahrheitstabelle für y_3 bis y_0 in Abhängigkeit von den Eingängen x_0, x_1, y_0 und y_1 auf.

	x_3	x_2	x_1	x_0	Dezimaler Wert von x	Dezimaler Wert von y	ü	y_3	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0							
1	0	0	0	1							
2	0	0	1	0							
3	0	0	1	1							
4	0	1	0	0							
5	0	1	0	1							
6	0	1	1	0							
7	0	1	1	1							
8	1	0	0	0							
9	1	0	0	1							
10	1	0	1	0							
11	1	0	1	1							
12	1	1	0	0							
13	1	1	0	1							
14	1	1	1	0							
15	1	1	1	1							

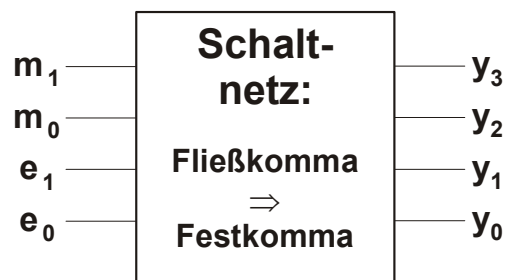
- b) Geben Sie die minimale disjunktive Form der booleschen Funktionen für y_3 bis y_0 und $\ddot{u}$ in Abhängigkeit von x_3 bis x_0 an.
- c) Realisieren Sie die booleschen Funktionen y_3 und y_2 in Abhängigkeit von x_3 bis x_0 mit einem PAL.



- d) Geben Sie eine Schaltungsrealisierung für die boolesche Funktion $\overline{x_2 x_1 x_0} \vee x_2 x_1 \vee x_2 x_0$ an, in der nur NAND-Gatter (mit beliebig vielen Eingängen) verwendet werden.
- e) Im folgenden soll ein Schaltnetz betrachtet werden, daß die gleiche Funktion $Y = -X$ mit Überlaufwarnung, wie das oben dargestellte Schaltnetz realisieren soll. Allerdings sollen jetzt die Eingangs- und Ausgangswerte X und Y jeweils mit 4 Bit und in Betrag-Vorzeichendarstellung (vorzeichenbehaftet, x_3 und y_3 sind Vorzeichenbits !) dargestellt werden.



Geben Sie die minimale disjunktive Form der booleschen Funktionen für y_3 bis y_0 und $\ddot{u}$ in Abhängigkeit von x_3 bis x_0 an.

Aufgabe 3.30 (Klausur F00)

Es soll ein Schaltnetz entworfen werden, das eine Umwandlung einer positiven Fließkommazahl in eine positive Festkommazahl vornimmt. Die Fließkommazahl hat folgendes Zahlenformat:

$$\underbrace{0 \ . \ 1 \ m_1 \ m_0}_{\text{Mantisse}} \cdot 2^{\overbrace{e_1 \ e_0}^{\text{Exponent}}}$$

$m_3=0 \quad m_2=1$

Die Mantisse ist eine rein positive Zahl und bewegt sich im Bereich $0.5 \leq m < 1$, da die Vorkommastelle $m_3=0$ und die erste Nachkommastelle $m_2=1$ fest vorgegeben sind. Der Exponent ist im Offset-Binary Format (also VORZEICHENBEHAFTET!) dargestellt. Die Festkommazahl soll als rein positive Zahl mit einer Vor- und drei Nachkommastellen dargestellt werden, also im Format:

$$\underbrace{y_3}_{\text{Vorkommastelle}} \ . \ \underbrace{y_2 \ y_1 \ y_0}_{\text{Nachkommastellen}}$$

Alle Stellen nach der dritten Nachkommastelle sollen hierbei nicht berücksichtigt (also abgeschnitten) werden.

- a) Geben Sie zunächst die zu den Exponenten im Offset-Binary Format zugehörigen Dezimalwerte (VORZEICHENBEHAFTET!) an.

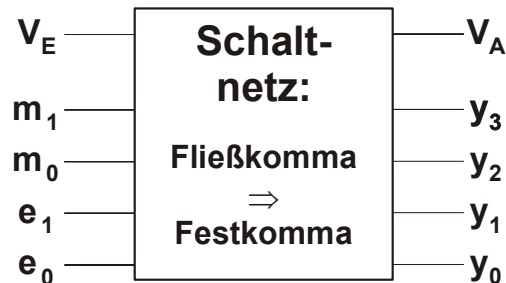
Exponent im Offset-Binary Format		Exponent als Dezimalzahl
e ₁	e ₀	
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

- b) Stellen Sie die vollständige Wahrheitstabelle für y_3 bis y_0 in Abhängigkeit von den Eingängen m_3 bis m_0 sowie e_1 und e_0 auf.

	m_3	m_2	m_1	m_0	e_1	e_0	Exponent dezimal	y_3	y_2	y_1	y_0
0	0	1	0	0	0	0					
1	0	1	0	0	0	1					
2	0	1	0	0	1	0					
3	0	1	0	0	1	1					
4	0	1	0	1	0	0					
5	0	1	0	1	0	1					
6	0	1	0	1	1	0					
7	0	1	0	1	1	1					
8	0	1	1	0	0	0					
9	0	1	1	0	0	1					
10	0	1	1	0	1	0					
11	0	1	1	0	1	1					
12	0	1	1	1	0	0					
13	0	1	1	1	0	1					
14	0	1	1	1	1	0					
15	0	1	1	1	1	1					

- c) Geben Sie die minimale disjunktive Form der booleschen Funktion für y_3 bis y_0 in Abhängigkeit von m_1 , m_0 , e_1 und e_0 an. (Verwenden Sie die beigefügten KV-Diagramme.)
- d) Realisieren Sie die boolesche Funktion y_1 in Abhängigkeit von m_1 , m_0 , e_1 und e_0 mit zwei 4:1 Multiplexern und einem 2:1 Multiplexer.

- e) Im Folgenden soll ein Schaltnetz betrachtet werden, das nicht nur positive, sondern auch negative Fließkommazahlen in Festkommazahlen umwandelt. Hierzu wird ein zusätzliches Vorzeichenbit V_E für die Eingangszahl bzw. V_A für die Ausgangszahl verwendet.



Das resultierende Zahlenformat der Eingangs- bzw. Ausgangszahl lautet somit:

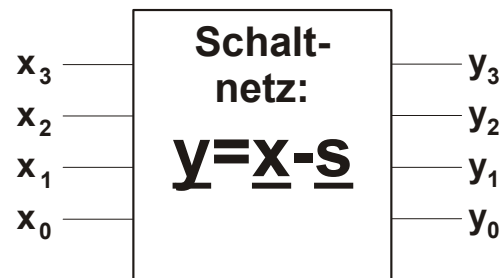
Eingangszahl:

$$\overbrace{(-1)^{V_E}}^{\text{Vorzeichen}} \cdot \underbrace{0 \cdot 1 \cdot m_1 \cdot m_0}_{\substack{m_3=0 \quad m_2=1}}^{\text{Mantisse}} \cdot 2^{\overbrace{e_1 e_0}^{\text{Exponent}}}$$

Ausgangszahl:

$$\overbrace{(-1)^{V_A}}^{\text{Vorzeichen}} \cdot \underbrace{y_3}_{\text{Vorkommastelle}} \cdot \underbrace{y_2 y_1 y_0}_{\text{Nachkommastellen}}$$

- f) Geben Sie die minimale disjunktive Form der booleschen Funktion für V_A an:
 g) Welche Änderungen sind bei den booleschen Gleichungen für y_3 bis y_0 gegenüber Aufgabenpunkt c) erforderlich?

Aufgabe 3.31 (KlausurH00)

Es soll ein Schaltnetz entworfen werden, das die Abweichung eines Eingangswertes ($\underline{x} = \{x_3x_2x_1x_0\}$; x_3 =MSB) von einem Sollwert $\underline{s}$ berechnet. Hierbei sollen sowohl der Eingangs- und Sollwert, als auch der Ausgangswert ($\underline{y} = \{y_3y_2y_1y_0\}$; y_3 =MSB) im Zweierkomplement (Vorzeichenbehaftet!) dargestellt werden. Falls die Abweichung vom Sollwert größer ist, als mit der zur Verfügung stehenden Anzahl von Dualstellen darstellbar, soll die nächstliegende darstellbare Zahl am Ausgang anliegen (Sättigungscharakteristik).

Der Sollwert betrage in dem zu betrachtenden Beispiel $\underline{s} = \{0101\}$.

- a) Stellen Sie die vollständige Wahrheitstabelle für y_3 bis y_0 in Abhängigkeit von den Eingängen x_3 bis x_0 auf.

	x_3	x_2	x_1	x_0	$\underline{x}$ dezimal	$\underline{x} - \underline{s}$ dezimal	y_3	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0						
1	0	0	0	1						
2	0	0	1	0						
3	0	0	1	1						
4	0	1	0	0						
5	0	1	0	1						
6	0	1	1	0						
7	0	1	1	1						
8	1	0	0	0						
9	1	0	0	1						
10	1	0	1	0						
11	1	0	1	1						
12	1	1	0	0						
13	1	1	0	1						
14	1	1	1	0						
15	1	1	1	1						

- b) Geben Sie die minimale disjunktive Form der Boole'schen Funktion für y_3 und y_2 in Abhängigkeit von den Eingängen x_3 bis x_0 an. (Verwenden Sie die beigefügten KV-Diagramme.)
- c) Realisieren Sie die Boole'sche Funktion y_1 in Abhängigkeit von x_3 bis x_0 mit zwei 4:1 Multiplexern und einem 2:1 Multiplexer.
- d) Im Folgenden soll angenommen werden, dass der Ausgangswert nicht von Bedeutung ist, falls die Abweichung vom Sollwert größer ist, als mit der zur Verfügung stehenden Anzahl von Dualstellen darstellbar. Der Sollwert betrage wie oben $\underline{s}=\{0101\}$.

Stellen Sie hierfür die vollständige Wahrheitstabelle für y_3 bis y_0 in Abhängigkeit von den Eingängen x_3 bis x_0 auf.

	x_3	x_2	x_1	x_0	$\underline{x}$ dezimal	$\underline{x-s}$ dezimal	y_3	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0						
1	0	0	0	1						
2	0	0	1	0						
3	0	0	1	1						
4	0	1	0	0						
5	0	1	0	1						
6	0	1	1	0						
7	0	1	1	1						
8	1	0	0	0						
9	1	0	0	1						
10	1	0	1	0						
11	1	0	1	1						
12	1	1	0	0						
13	1	1	0	1						
14	1	1	1	0						
15	1	1	1	1						

- e) Geben Sie die minimale disjunktive Form der Boole'schen Funktion für y_3 und y_2 in Abhängigkeit von den Eingängen x_3 bis x_0 an.